KETAKSAMAAN SEGITIGA PETAKAN DALAM RUANG METRIK KABUR

NAZLINA BT MUZAFAR SHAH

FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU

2009

LP 10 FST 3 2009

1100076408
Ketaksamaan segitiga pertama dalam ruang matrik kabur /
Mazlina Muzafar Shah.

Lihat sebelah

KETAKSAMAAN SEGITIGA PERTAMA DALAM RUANG MATRIK KABUR

Oleh
Mazlina bt Muzafar Shah

Tesis Ini Disediakan Untuk Memenuhi
Sebahagian Keperluan Bagi
Ijazah Sarjana Muda Sains (Matematik Komputasi)

JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU
2009

JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU

PENGAKUAN DAN PENGESAHAN LAPORAN MAT 4499 B

Adalah ini diakui dan disahkan bahawa laporan penyelidikan bertajuk Ketaksamaan Segitiga Pertama Dalam Ruang Matrik Kabur oleh Mazlina Bt Muzafar Shah No. Matriks: UK12970 telah diperiksa dan semua pembetulan yang disarankan telah dilakukan. Laporan ini dikemukakan kepada Jabatan Matematik sebagai memenuhi sebahagian daripada keperluan memperolehi Ijazah Sarjana Muda Sains (Matematik Komputasi), Fakulti Sains dan Teknologi, UMT.

Disahkan oleh:

....

Penyelia Utama
Nama: Che Mohd Imran Che Taib, MSc.
Cop Rasmi: CHE MOHD IMRAN BIN CHE TAIB
Pensyarah
Jabatan Matematik
Fakulti Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu.

Tarikh: 7 Mei 2009

....

Ketua Jabatan Matematik
Nama:
Cop Rasmi:

Tarikh: 7/5/2009

DR. HJ. MUSTAFA BIN MAMAT
Ketua
Jabatan Matematik
Fakulti Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu

PENGAKUAN

Saya mengakui Projek ilmiah Tahun Akhir yang bertajuk **Ketaksamaan Segitiga Pertama dalam Ruang Matrik Kabur** adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

Tandatangan :
Nama : Mazlina bt Muzafar Shah
No. Matriks : UK12970
Tarikh : 7 Mei 2009

PENGHARGAAN

Dengan nama Allah yang Maha Pemurah lagi Maha Penyayang......

Segala puji bagi Allah S.W.T. Tuhan sekalian alam, selawat serta salam ke atas junjungan besar Nabi Muhammad S.A.W.,keluarga serta sahabat baginda. Alhamdulillah syukur ke hadrat Ilahi kerana dengan limpah kurnia-Nya, saya dapat menyiapkan laporan Projek Ilmiah Tahun Akhir (PITA) ini dengan jayanya.

Di sini saya ingin mengambil kesempatan untuk mengucapkan ribuan terima kasih yang tak terhingga kepada penyelia saya, En.Che Mohd Imran Che Taib yang banyak memberi tunjuk ajar, bimbingan, masa yang diluangkan serta komitmen yang telah diberikan sepanjang tempoh saya menjalankan kajian ini. Ribuan terima kasih juga kepada pensyarah Jabatan Matematik terutamanya Dr. Abdul Fatah Wahab kerana turut membantu saya dalam menyiapkan tesis ini.

Sekalung penghargaan diberikan kepada ahli keluarga tersayang terutamanya ibubapa saya En. Muzafar Shah Mohd Ali dan Pn. Maznah Haji Mat kerana memahami tugas saya sebagai pelajar dan memberikan sokongan moral kepada saya.

Penghargaan yang tidak ternilai dengan kata-kata ditujukan kepada semua pihak yang terlibat secara langsung mahu pun tidak langsung dalam usaha menghasilkan projek ilmiah ini.

Sekian, terima kasih.

KETAKSAMAAN SEGITIGA PERTAMA DALAM RUANG MATRIK KABUR

ABSTRAK

Dalam ruang matrik kabur terdapat dua bentuk ketaksamaan segitiga. Kajian ini mengkaji bentuk peringkat ketaksamaan segitiga yang pertama. Konsep-konsep asas seperti ruang matrik, set kabur, nombor kabur, ruang matrik kabur dan juga norma-t diperkenalkan terlebih dahulu . Syarat pra-matrik kabur diperkenalkan bagi membantu kajian ini. Ia pertama diperkatakan keluar yang dibawah syarat pra-matrik kabur ketaksamaan pertama selalu bersamaan terhadap bentuk peringkatnya. Maka, kesimpulan daripada kajian ini akan memperlihatkan hubungan antara bentuk peringkat dan ketaksamaan segitiga dalam ruang matrik kabur (X,d,L,R).

ON THE FIRST TRIANGLE INEQUALITIES IN FUZZY METRIC SPACE

ABSTRACT

In fuzzy metric space there are two forms of triangle inequalities. In this research will discover about the first level form of triangle inequalities. Before that, we will introduce the basic concepts which are metric space, fuzzy set, fuzzy number, fuzzy metric space and also t-norm. To aid discussion, a fuzzy pre-metric condition is introduced. It is first pointed out that under the fuzzy pre metric condition the first triangle inequality is always equivalent to its level form. Therefore, we will see the relationship between its level form and the triangle inequalities in fuzzy metric space *(X, d, L, R)*.

KANDUNGAN

SENARAI RAJAH

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Pada 1984, Kaleva dan Seikkala (1984) memperkenalkan pengertian ruang matrik kabur dengan mendefinisikan jarak antara dua titik nombor kabur tak negatif . Seperti dalam kes kebarangkalian ruang matrik Menger (Menger, 1942), ketaksamaan segitiga bagi jarak antara dua titik dalam ruang matrik kabur menggunakan model sepasang fungsi 2-tempat L dan R mematuhi syarat kursus tertentu.

Contohnya, fungsi ini mungkin mengambil bentuk $L(a,b) = maks(a+b\text{-}1,0)$, ab, $min(a,b)$, $\left(\frac{a+b}{2}\right)^p, p > 1$; $R(a,b) = min(a,b)$, $maks(a,b)$, $a+b\text{-}ab$, $min(a+b,1)$, $\left(\frac{a+b}{2}\right)^p, p > 1$.

Diingatkan bahawa bukan mudah untuk digunakan ketaksamaan segitiga dalam bentuk tersebut. Sebagai ganti untuk lebih diterima "bentuk peringkat persamaan" , dikriteriakan melalui set peringkat pemotongan jarak antara dua titik , diberikan dalam

Kaleva dan Seikkala, 1984; Zhu et.al, 2001) dalam ruang matrik kabur dengan dengan menggunakan keputusan ini.

Yang terbaru kita hanya ada bentuk persamaan peringkat bagi ketaksamaan segitiga L=*min*, R=*maks*, tetapi terlalu banyak kajian ke atas ruang matrik kabur mempunyai hadnya tersendiri terhadap fungsi tersebut. Kerana itu penting untuk menubuhkan bentuk peringkat persamaan bagi ketaksamaan segitiga yang lain, bila L dan R adalah 2-tempat pemetaaan biasa seperti diperkatakan dalam definisi ruang matrik kabur.

1.2 Pernyataan masalah

Dalam ruang matrik kabur terdapat dua bentuk ketaksamaan segitiga iaitu ketaksamaan pertama adalah bagi kes L= min. Manakala ketaksamaan kedua adalah bagi kes R= maks. Jadi ketaksamaan segitiga tersebut adalah sebagai pernyataan masalah dalam kajian ini. Oleh yang demikian, kajian ini dilaksanakan untuk mengkaji bentuk peringkat ketaksamaan segitiga pertama iaitu bagi kes min.

1.3 Objektif

Objektif utama dalam kajian ini ialah mengkaji bentuk peringkat ketaksamaan segitiga dan hubungan antara bentuk peringkat dan ketaksamaan segitiga.

BAB 2

SOROTAN KAJIAN

Konsep set kabur diperkenalkan oleh Zadeh (1965). Semenjak dari itu, ramai penulis mengembangkan teori set kabur dan aplikasi. Bagi teori nombor kabur, ia bukan hanya berdasarkan analisis kabur, tetapi ia juga mempunyai aplikasi penting dalam pengoptimuman kabur, kaedah membuat keputusan kabur,etc. (lihat Li, 1998; Zhang, 2003; Hsu dan Chen, 1996; Yao, 2001; Sakawa dan Kato, 1997). Banyak penulis telah tertarik dalam kajian teori nombor kabur (lihat Wu dan Wu, 1997; 1999; Wu dan Ma, 1991; 1992a; 1992b; Wu dan Wang, 2002; Diamond dan Kloeden, 1994; 2000; Dubois dan Prade, 1978; Goetschel dan Voxman, 1983; 1986; Kaleva dan Seikkala, 1984; Kwon dan Shim, 2001; Nuray, 1998; Savas,2001) . Goetschel dan Voxman (1986) memperoleh teorem yang mewakili nombor kabur. Berdasarkan teorem tersebut, Wu dan Ma (1991-1992) mengkaji masalah nombor kabur. Wu dan Wu (1997,1999) membuktikan kewujudan supremum dan infimum bagi set terbatas nombor kabur dan mengkaji beberapa ciri korelasi. Diamond,Kloeden, Kaleva dan Seikkala et al. memperkenal dan mengkaji beberapa jenis penumpuan dalam ruang nombor kabur, sebagai contoh penumpuan dalam matrik berlainan ke atas ruang nombor kabur (lihat Diamond dan Kloeden, 1994; Diamond dan Kloeden, 2000).

Rujukan yang paling menarik dalam kajian ruang matrik ialah (Ekland, 1998; Kaleva dan Seikkala, 1984; Kaleva, 1985). Gahler dalam kajian yang bersiri (1983; 1964; 1969) menyiasat 2-ruang matrik. Ia perlu diberi diberi perhatian yang Sharma et.al (1976) mengkaji jenis pengecutan pemetaan dalam 2-ruang matrik. Terbaru Wenzhi (1987) dan yang lain ramai memulakan kajian kebarangkalian 2-ruang matrik (atau 2-ruang PM).

Salah satu masalah penting dalam topologi kabur adalah untuk mendapatkan konsep ruang matrik kabur yang sepatutnya. Masalah ini telah disiasat oleh ramai penulis daripada berlainan pandangan. Khususnya dengan mengubah definisi ruang matrik kabur yang diberikan oleh Kramosil dan Michalek (1975), George dan Veeramani (1994, 1997) telah memperkenalkan dan mengkaji pengertian ruang matrik kabur baru dan menarik dengan bantuan norma-t selanjar. Kaleva den Seikkala (1984) memperkenalkan konsep ruang matrik kabur dan mengkaji beberapa ciri. Dalam kajian Felbin (1992) mendefinisikan ruang norma kabur dan menyiasat beberapa ciri dimensi terhingga ruang norma kabur. Kelas ruang topologi iaitu termatrikkan kabur telah dikelaskan mengikut ruang termatrikkan topologi (lihat George dan Veeramani, 1995; Gregori dan Romaguera, 2000). Hasil daripadanya menyebabkan sesetengah kenyataan teorem klasik ke atas matrik kelengkapan dan matrik (pra) padat diulangi dalam bidang ruang matrik kabur (Gregori dan Romaguera, 2000).

Banyak penulis telah memperkenalkan konsep ruang matrik kabur dengan cara berbeza (Erceg, 1979; George dan Veeramani, 1984; 1997; Grabiec, 1988; Gregori dan Romaguea, 2000). Dalam kajian lepas (George dan Veeramani, 1997) mengubah konsep ruang matrik kabur yang diperkenalkan oleh Kramosil dan Michalek (1975) dan mendefinisikan topologi Hausdroff ke atas ruang matrik kabur.

Terbaru, ramai penulis juga mengkaji teori titik tetap dalam ruang matrik kabur (Badard, 1984; Chang et.al, 1997; Fang, 1992; Grabiec, 1988; Hadzic, 1989; Jung et.al, 1994;

1996; Mishra et.al, 1994) dan pemetaan kabur (Bose dan Sahani, 1987; Butnariu, 1982; Chang, 1985; Chang et.al, 1997; Heilpern, 1981; Lee et.al, 1966).

Kajian oleh Huang dan Wu (2007) pula menyatakan bentuk peringkat ketaksamaan segitiga ruang matrik kabur (X,d,L,R) dan bagi membantu perbincangan ini, syarat pra-matrik kabur diperkenalkan. Perkara pertama yang dinyatakan ialah di bawah syarat pra-matrik kabur, ketaksamaan segitiga pertama selalu bersamaan dengan bentuk peringkatnya. Ketaksamaan segitiga kedua bersamaan dengan bentuk peringkat satu apabila R ialah selanjar sebelah kanan, dan begitu juga kepada bentuk peringkat yang lain apabila syarat selanjutnya terhadap R. Dalam ruang matrik kabur, bentuk peringkat ketaksamaan yang pertama dan salah satu bentuk ketaksamaan segitiga kedua selalunya wajar. Bentuk peringkat ketaksamaan segitiga kedua yang lain hampir kesemua dapat dihitung dalam $\alpha \in [0,1)$. Akhirnya teorem titik tetap bagi ruang matrik kabur terhasil dan dijadikan sebagai aplikasi untuk meneruskan keputusan.

BAB 3

KONSEP-KONSEP ASAS

Kita perkenalkan dahulu beberapa konsep ataupun takrifan sebelum memperkenalkan metadologi yang digunakan.

3.1 Ruang matrik

Ruang matrik boleh dikatakan sebagai ruang asas yang mempunyai geometri, dengan beberapa aksiom. Ruang matrik asalnya daripada garis nyata, yang mana beberapa teorem diterima bagi R masih bernilai. Beberapa hasil utama dalam analisis nyata adalah

(i) jujukan menumpu Cauchy

(ii) bagi fungsi selanjar $f(\lim_{n\to\infty} x_n) = \lim_{n\to\infty} f(x_n)$

(iii) funsi nyata selanjar terbatas dalam selang jenis $[a,b]$ dan memenuhi teorem nilai perantaraan.

Dalam matematik, ruang matrik dedifinisikan sebagai satu fahaman tentang jarak (dikenali sebagai matrik) antara unsur dalam set.

Ruang matrik adalah pasangan tertib (M,d) dimana M adalah set dan d adalah matrik terhadap fungsi

$$d : M \times M \rightarrow R$$

Iaitu bagi sebarang x ,y dan z dalam M

1. $d(x, y) \geq 0$ (tak-negatif).
2. $d(x, y) = 0$ jika dan hanya jika $x=y$
3. $d(x, y) = d(y, x)$ (simetri)
4. $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (ketaksamaan segitiga)

Fungsi d juga dikenali sebagai fungsi jarak atau jarak mudah. Selalunya, d diabaikan dan hanya ditulis M bagi ruang matrik jika ia jelas matrik apa yang digunakan daripada konteks. Sesetengah penulis berkehendakkan set M menjadi set tak-kosong.

3.2 Set kabur

Set kabur adalah set yang unsurnya mempunyai darjah keahlian. Set kabur telah diperkenalkan oleh Lotfi A.Zadeh (1965) sebagai lanjutan fahaman set klasik . Set kabur boleh menghasilkan set klasik sekiranya fungsi set klasik adalah kes khas fungsi keahlian set kabur, jika hanya mengambil nilai 0 atau 1.

Set kabur adalah pasangan (A,m) dimana A adalah set dan $m : A \rightarrow [0,1]$.

Bagi setiap $x \in A$, $m(x)$ adalah darjah keahlian x. Jika $A = \{x_1,...,x_n\}$ set kabur (A,m) boleh ditandakan sebagai $\{m(x_1)/x_1,...,m(x_n)/x_n\}$.

Unsur pemetaan terhadap nilai 0 bermakna ahlinya tak termasuk dalam set kabur,1 dihuraikan sebagai keahlian yang sepenuhnya. Nilai perantaraan diantara 0 dan 1 adalah keahlian kabur. Set $\{x \in A \mid m(x) > 0\}$ dikenali sebagai sokongan set kabur (A,m) dan set $\{x \in A \mid m(x) = 1\}$ dikenali sebagai inti set kabur (A,m).

Asas perhubungan operasi dalam teori set adalah persilangan, kesatuan dan pelengkap. Operasi bagi teori set kabur adalah seperti berikut;

- Operasi *persilangan* kabur $\cap$ (hubungan DAN kabur) digunakan terhadap dua set kabur *A* dan *B* dengan fungsi keahliannya $\mu_A(x)$ dan $\mu_B(x)$ iaitu

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \qquad x \in X$$

- Operasi *kesatuan* kabur $\cup$ (hubungan ATAU kabur) digunakan terhadap dua set kabur *A* dan *B* dengan fungsi keahliannya $\mu_A(x)$ dan $\mu_B(x)$ iaitu

$$\mu_{A\cup B}(x) = maks\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \qquad x \in X$$

- *Pelengkap* kabur (operasi TAK kabur) digunakan terhadap set kabur *A* dengan fungsi keahliannya $\mu_A(x)$ iaitu

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \qquad x \in X$$

Kesatuan dan persilangan juga boleh ditakrifkan dengan kaedah aljebra tetapi memberikan keptusan yang berbeza iaitu

- Operasi *persilangan* kabur $\cap$ (hubungan DAN kabur) boleh ditunjukkan sebagai *pendaraban aljebra* terhadap dua set kabur A dan B, dimana ditakrifkan sebagai pendaraban terhadap fungsi keahlian:

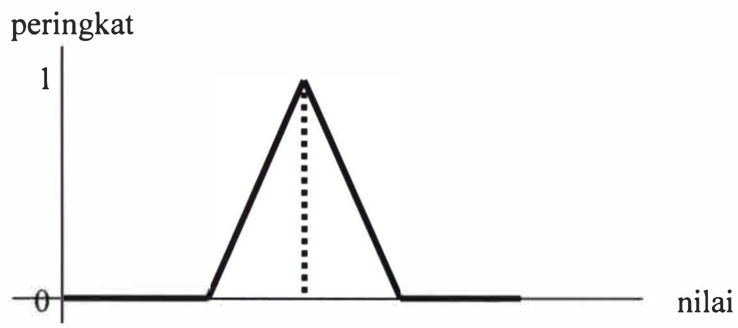
$$\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x)\mu_B(x), \qquad x \in X$$

- Operasi *kesatuan* kabur $\cup$ (hubungan ATAU kabur) boleh ditunjukkan sebagai *penambahan aljebra* terhadap dua set kabur A dan B, dimana ditakrifkan sebagai:

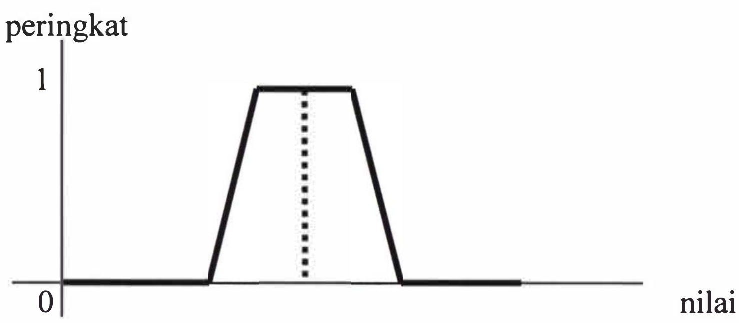
$$\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x), \qquad x \in X$$

3.3 Nombor Kabur

Nombor kabur adalah suatu kuatiti yang nilainya tidak tepat, berlainan daripada nilai sebenar seperti kes dengan nombor "lazim" (satu-nilai). Sebarang nombor kabur boleh dikatakan sebagai fungsi yang domainnya adalah set khusus (selalunya set nombor nyata, dan julatnya ialah nombor nyata tak-negatif antara 0 dan 1. Setiap nilai dalam domain ditandakan khusus " darjah keahlian" dengan 0 mewakili darjah kemungkinan yang paling kecil, dan 1 adalah darjah kemungkinan yang paling besar.



Rajah 3.1: Nombor kabur segitiga



Rajah 3.2: Nombor kabur trapezoid

Rajah 3.1 dinamakan nombor kabur segitiga, Rajah 3.2 menunjukkan nombor kabur trapezoid; dan terdapat satu lagi bentuk iaitu nombor kabur bentuk loceng. Tiga fungsi ini dikenali sebagai fungsi keahlian, adalah semuanya cembung (peringkatnya bermula dengan sifar, meningkat sedikit demi sedikit sehingga maksimum , dan kemudian berkurang kembali kepada sifar sebagai kenaikan domain).

Walaubagaimanapun, ada beberapa nombor kabur adalah cekung, tak-tetap, atau fungsi keahlian kotik. Tidak ada pembatasan ke atas keahlian bentuk lengkung, selagi setiap nilai dalam domain selaras dengan satu dan hanya satu peringkat dalam julat, dan peringkat tersebut tidak kurang dari 0 ataupun tidak lebih dari 1. Nombor kabur ada digunakan dalam statistik, pengaturcaraan computer dan kejuruteraan (terutamanya komunikasi).

3.4 Ruang matrik kabur

Takrif 3.1: (Schweizer dan Sklar, 1960)

Operasi dedua * : $[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$ dikenali sebagai norma-t selanjar jika $([0,1],*)$ abelian topologi monoid dengan 1 unit iaitu $a*b \le c*d$ sekiranya $a \le c$ dan $b \le d$ bagi semua $a,b,c,d \in [0,1]$. contoh bagi norma-t adalah $a*b = ab$ dan $a*b = \min\{a,b\}$.

Takrif 3.2: (Kramosil dan Michalek, 1975)

3-pasangan *(X,M,*)* dikenali sebagai ruang matrik kabur (FM) jika X adalah set sebarangan, * adalah norma-t selanjar dan M adalah set kabur dalam $X^2 \times [0,\infty)$ memenuhi syarat berikut : bagi semua $x,y,z \in X$ dan $s,t > 0$

(FM-1) $M(x,y,0) = 0$

(FM-2) $M(x,y,t) = 1$, bagi semua $t>0$ jika dan hanya jika $x=y$

(FM-3) $M(x,y,t) = M(y,x,t)$

(FM-4) $M(x,y,t) * M(y,z,s) \le M(x,z,t+s)$

(FM-5) $M(x,y,.) : [0,1) \to [0,1]$ adalah selanjar sebelah kiri.

(X,M,)* mewakili ruang matrik kabur. Catatan *M(x,y,t)* boleh dikatakan sebagai darjah penghampiran antara x dan y terhadap t. Kita mengenalpasti yang $x=y$ dengan $M(x,y,t)=1$ bagi semua $t>0$ dan $M(x,y,t)=0$ dengan ∞. Dalam contoh berikutnya, diketahui yang setiap matrik akan menerbitkan matrik kabur.

Contoh 3.1 (George dan Veeramani, 1994).

Biar *(X,d)* adalah ruang matrik. Definisikan $a*b=ab$ (atau $a*b=min\{a,b\}$) dan bagi semua $x, y \in X$ dan $t>0$,

$$M(x,y,t) = \frac{t}{t + d(x,y)} \tag{3.1}$$

Jadi *(X,M,*)* adalah ruang matrik kabur. Kita katakan ruang kabur M diterbitkan melalui matrik d piawai matrik kabur.

Takrif 3.3: (Grabiec, 1988)

Biar *(X,M,*)* adalah ruang matrik kabur:

(1) Jujukan $\{x_n\}$ dalam X dikatakan menumpu terhadap titik $x \in X$, (ditanda dengan $\lim_{n\to\infty} x_n = x$), jika

$$\lim_{n\to\infty} M(x_n, x, t) = 1$$

bagi semua $t>0$.

(2) Jujukan $\{x_n\}$ dalam X dikatakan jujukan Cauchy jika

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) = 1$$

Bagi semua $t>0$ dan $p>0$.

(3) Ruang matrik kabur iaitu dimana dalam setiap jujukan Cauchy adalah selanjar dikatakan lengkap.

Catatan

Sejak * adalah selanjar, berikutan daripada (FM-4) yang limit jujukan dalam ruang-FM ditentukan unik.

Biar *(X,M,*)* adalah ruang matrik kabur dengan syarat berikut:

(FM-6) $\lim_{t\to\infty} M(x,y,t) = 1$ bagi semua $x, y \in X$.

Takrif 3.4

Fungsi M adalah selanjar dalam ruang matrik kabur jika dan hanya jika bila $x_n \to x$, $y_n \to y$, jadi

$$\lim_{n\to\infty} M(x_n, y_n, t) = M(x, y, t)$$

Bagi setiap $t>0$.

Takrif 3.5

Dua pemetaan A dan S ke atas ruang matrik kabur X adalah pengganti yang lemah jika dan hanya jika

$$M(ASu, SAu, t) \geq M(Au, Su, t)$$

Bagi semua $u \in X$ dan $t>0$.

3.5 Norma-t

Norma segitiga diperkenalkan oleh Schweizer dan Sklar (1963) untuk menunjukkan model jarak dalam kebarangkalian ruang matrik .

Dalam teori set kabur norma segitiga digunakan secara meluas untuk menunjukkan modal hubungan mantik dan pemetaan

$$T:[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$$

adalah segitiga norma (ringkasannya norma-t) jika dan hanya jika ia adalah simetri, kesatuan, tak-menyusut dalam setiap hujah dan *T(a,1)=a*, bagi semua $a\in[0,1]$. Dalam kata lain, sebarang norma-t *T* memenuhi ciri-ciri:

Simetri:

$$T(x,y)=T(y,x),\forall x,y\in[0,1]$$

Kesatuan :

$$T(x,T(y,z))=T(T(x,y),z),\forall x,y,z\in[0,1]$$

Monotonik:

$$T(x,y)\leq T(x',y')\ jika\ \ x\leq x'\ dan\ \ y\leq y'$$

Identiti:

$$T(x,1)=x,\ \forall x\in[0,1]$$

Aksiom ini cuba untuk memenuhi ciri-ciri asas set persilangan. Asas bagi norma-t ialah:

a) minimum: *min (a,b) = min {a,b}*

b) Lukasiewicz: $T_L(a,b) = \max\{a+b-1,0\}$

c) hasil darab: $T_P(a,b) = ab$

d) lemah:

$$T_W(a,b) = \begin{cases} \min\{a,b\} \text{ jika maks}\{a,b\}=1 \\ 0 \qquad \text{selainnya} \end{cases}$$

e) Hamacher:

$$H_\gamma(a,b) = \frac{ab}{\gamma + (1-\gamma)(a+b-ab)}, \gamma \geq 0$$

f) Dubois dan Prade:

$$D_a(a,b) = \frac{ab}{maks\{a,b,\alpha\}}, \alpha \in (0,1)$$

g) Yager:

$$Y_p(a,b) = 1 - \min\{1, \sqrt[p]{[(1-a)^p + (1-b)^p]}\}, p > 0$$

h) Frank:

$$F_\lambda(a,b) = \begin{cases} \min\{a,b\} & \text{jika } \lambda = 0 \\ T_P(a,b) & \text{jika } \lambda = 1 \\ T_L(a,b) & \text{jika } \lambda = \infty \\ 1 - \log_\lambda\left[1 + \frac{(\lambda^a - 1)(\lambda^b - 1)}{\lambda - 1}\right] & \text{selainnya} \end{cases}$$

BAB 4

METODOLOGI

Biar R menjadi set kepada semua nombor nyata dan $F(R)$ mewakili semua subset semua kabur ke atas R. Untuk penjelasan yang mendalam, rujuk Diamond dan Kloeden (1994), Fang dan Huang (2003) dan Wu dan Song (1998). Untuk $u \in F(R)$, kita kenali u sebagai nombor kabur jika u mempunyai ciri-ciri berikut:

(1) u adalah normal: wujud sekurang-kurangnya satu $x_0 \in R$ dengan $u(x_0) = 1$;

(2) u adalah cembung: $u(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \min\{u(x), u(y)\}$ bagi $x, y \in R$ dan $\lambda \in [0,1]$;

(3) u adalah separuh-selajar teratas.

Set bagi semua nombor kabur ditanda dengan E. R sudah semestinya terdapat dalam E, kerana sebarang $r \in R$ boleh dikatakan sebagai nombor kabur

$$\bar{r}(x) = \begin{cases} 1, & x = r \\ 0, & x \neq r \end{cases}$$

Nombor kabur x adalah tak negatif jika $x(t)=0$ bagi semua $t < 0$. Set bagi semua tak negatif nombor kabur dalam E ditandakan sebagai G.

Dua usul berikut pada asalnya datang daripada rujukan (Puri dan Ralescue,1985), diperluaskan dalam teori nombor kabur.

Usul 4.1.

Bagi $u \in E$ dan $\alpha \in (0,1]$, biar $[u]_\alpha$ menandakan potongan α oleh *u*; i.e., $[u]_\alpha \equiv \{x \in R : u(x) \geq \alpha\}$ dan $[u]_0$ menandakan $\{x \in R : u(x) > 0\}$. Jika $u \in E$, maka bagi setiap $\alpha \in (0,1]$:

(1) $[u]_\alpha$ adalah selang tertutup $[u^-(\alpha), u^+(\alpha)]$,

(2) $u^-(0) = \lim_{\alpha \to 0} u^-(\alpha), u^+(0) = \lim_{\alpha \to 0} u^+(\alpha)$,

(3) u(x) adalah tak-menyusut apabila $x < u^-(1)$ dan tak-menokok apabila $x \geq u^-(1)$.

$u^-(\alpha) = -\infty$ dan $u^+(\alpha) = +\infty$ diterima. Misalannya apabila $u^-(\alpha) = -\infty$, maka $[u^-(\alpha), u^+(\alpha)]$, adalah bersamaan dengan $(-\infty, u^+(\alpha)]$.

Usul 4.2.

Diberi $u \in E$, maka

(1) $u^-(\lambda)$ adalah fungsi selanjar kiri dan tak-menyusut antara (0,1];

(2) $u^+(\lambda)$ adalah fungsi selanjar kiri dan tak-menokok antara (0,1];

(3) $u^-(1) \leq u^+(1)$.

Tambahan lagi, jika sepasang fungsi $a(\lambda)$ dan $b(\lambda)$ $(a(\lambda) = -\infty$ dan $b(\lambda) = +\infty$ diterima) memenuhi syarat (1)-(3) dalam usul 4.2, maka $u \in E$ iaitu $[u]_\lambda = [a(\lambda), b(\lambda)]$ unik bagi setiap $\lambda \in (0,1]$.

Kaleva dan Seikkala memperkenalkan definisi ruang matrik kabur berikut (1984).

Takrif 4.1

Andaikan yang X adalah set tak-kosong, dan d adalah pemetaan daripada $X \times X$ kepada G. Biar pemetaan L, R: $[0,1]\times[0,1] \to [0,1]$ simetri dan tak-menyusut dan biar ia juga memenuhi $L(0,0)=0, R(1,1)=1$. Bagi $\alpha \in (0,1]$ dan $x, y \in X$, takrifkan pemetaan

$$[d(x,y)]_\alpha = [\lambda_\alpha(x,y), \rho_\alpha(x,y)].$$

Pasangan berempat (X,d,L,R) dikenali sebagai ruang matrik kabur dan d dikenali sebagai matrik kabur, sekiranya

(i) $d(x,y) = \overline{0}$ jika dan hanya jika $x=y$,

(ii) $d(x,y) = d(y,x)$ bagi semua $x, y \in X$,

(iii) bagi semua $x, y, z \in X$,

(1) $d(x,y)(s+t) \geq L(d(x,z)(s), d(z,y)(t))$ (ketaksamaan segitiga (1)) bila $s \leq \lambda_1(x,z), t \leq \lambda_1(z,y)$ dan $s+t \leq \lambda_1(x,y)$,

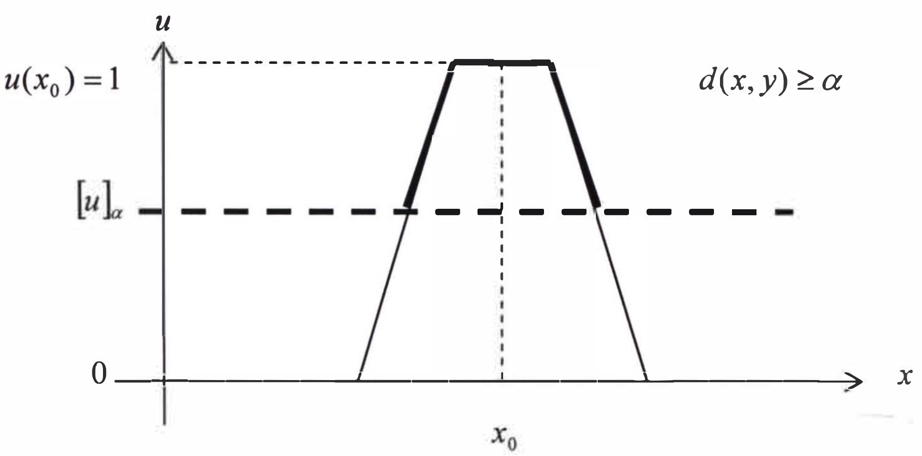
(2) $d(x,y)(s+t) \leq R(d(x,z)(s), d(z,y)(t))$ (ketaksamaan segitiga (2)) bila $s \geq \lambda_1(x,z), t \geq \lambda_1(z,y)$ dan $s+t \geq \lambda_1(x,y)$,

BAB 5

KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

5.1 Bentuk peringkat ketaksamaan segitiga pertama

Dalam bahagian ini, kita memperlihatkan bentuk peringkat ketaksamaan segitiga pertama. Bentuk peringkat ini adalah dikriteria dengan menggunakan set peringkat pemotongan $\{d(x,y) \geq \alpha\}$ jarak antara dua titik. Pertama sekali, beberapa definisi dan lemma diperlukan.



Rajah 5.1: Potongan α nombor kabur

Lemma 5.1

Jika (X,d,L,R) adalah ruang matrik kabur, jadi $L(0,1)=0$.

Pembuktian:

Sebaliknya $L(0,1)>0$. Katakan $x,y,z \in X$ dengan $y \neq z$. Biar $t = \lambda_1(z,y)$ dan ambil $s < -t$, i.e., $s + t < 0$. Jadi,

$$d(y,z)(t) = 1, d(x,z)(s) = 0 \text{ dan } d(x,y)(s+t) = 1.$$

Daripada (iii)(1) dalam takrif 4.1, bagaimanapun, kita ketahui yang

$$d(x,y)(s+t) \geq L(d(x,z)(s), d(z,y)(t)) = L(0,1) > 0.$$

Pembuktian ini adalah bertentangan, jadi lemma ini terbukti.

Catatan 5.1:

Jika L adalah norma segitiga, jadi ciri-ciri $L(0,1)=0$ secara langsungnya mengikuti ciri-ciri yang terdapat dalam norma-t (sebagai rujukan, lihat Klement dan Mesiar (2000)).

Sejak ketaksamaan segitiga pertama dan kedua diterima apabila pasangan berempat (X,d,L,R) adalah ruang matrik kabur, kita perlu memilih pilihan yang sepadan terhadap (X,d,L,R). Kerana itu kita memperkenalkan syarat yang diperlukan berikut bagi sebarang ruang matrik kabur (X,d,L,R).

Takrif 5.1:

Biar X adalah set tak-kosong, pemetaan tak-negatif d daripada $X \times X$ kepada G, dan L ,R dua simetri, pemetaan tak-menyusut daripada $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$. Bila

$L(0,1)=0, R(1,1)=1$, dan d memenuhi syarat (i) dan (ii) dalam takrif 4.1, kita katakan pasangan berempat ini *(X,d,L,R)* memenuhi "syarat pra-matrik kabur".

Menurut Lemma 5.1, Ruang matrik kabur *(X,d,L,R)* sentiasa memenuhi syarat pra-matrik kabur . Dalam teorem 5.1 berikut, ketaksamaan (5.1) adalah bentuk peringkat ketaksamaan segitiga pertama. Kita tunjukkan yang dibawah syarat pra-matrik kabur, ketaksamaan (5.1) adalah bersamaan dengan ketaksamaan segitiga pertama. Kerana itu, (5.1) diterima dalam setiap ruang matrik kabur *(X,d,L,R)*.

Teorem 5.1

Biar *(X,d,L,R)* memenuhi syarat pra-matrik kabur. Jadi ketaksamaan segitiga (1) diterima jika dan hanya jika

$$\lambda_{L(\alpha,\beta)}(x,y) \leq \lambda_\alpha(x,z) + \lambda_\beta(z,y) \qquad (5.1)$$

Bagi semua $\alpha, \beta \in (0,1]$ dan $x,y,z \in X$.

Pembuktian:

Andaikan yang ketaksamaan segitiga pertama diterima, i.e.

$$d(x,y)(s+t) \geq L(d(x,z)(s), d(z,y)(t)) \qquad (5.2)$$

Bila $x,y,z \in X$, $s \leq \lambda_1(x,z), t \leq \lambda_1(z,y)$ dan $s+t \leq \lambda_1(x,y)$.

Untuk membuktikan (5.1):-

Ambil $x,y,z \in X$ dan $\alpha, \beta \in (0,1]$.

Biar $s = \lambda_\alpha(x,z)$ dan $t = \lambda_\beta(z,y)$. Jadi $s \leq \lambda_1(x,z), t \leq \lambda_1(z,y)$, dan

$$\alpha \leq d(x,z)(s), \qquad \beta \leq d(z,y)(t) \qquad (5.3)$$

Jika $s+t \leq \lambda_1(x,y)$;

Daripada persamaan (5.2) dan persamaan (5.3) akan menghasilkan

$$d(x,y)(s+t) \geq L(\alpha,\beta).$$

Berikut kerana itu yang $\lambda_{L(\alpha,\beta)}(x,y) \le s+t$. Dengan kata lain , jika $s+t > \lambda_1(x,y)$ jadi ia adalah ketara yang $\lambda_{L(\alpha,\beta)}(x,y) < s+t$ diterima. Kerana itu,

$$\lambda_{L(\alpha,\beta)}(x,y) \le \lambda_\alpha(x,z) + \lambda_\beta(z,y)$$

Untuk membuktikan sebaliknya:-

Andaikan yang persamaan (5.1) diterima bagi semua $\alpha,\beta \in (0,1]$ dan $x,y,z \in X$.

Ambil $s \le \lambda_1(x,z)$ dan $t \le \lambda_1(z,y)$ dengan $s+t \le \lambda_1(x,y)$.

Biar $\alpha = d(x,z)(s)$, dan $\beta = d(z,y)(t)$ ia diikuti yang $\lambda_\alpha(x,z) \le s$ dan $\lambda_\beta(z,y) \le t$. Dengan tidak kehilangan asalannya, kita boleh mengandaikan $\alpha,\beta > 0$; sebaliknya , ia adalah ketara yang ketaksamaan segitiga pertama diterima. Daripada (5.1), kerana itu kita ketahui yang

$$\lambda_{L(\alpha,\beta)}(x,y) \le s+t$$

Sejak $s+t \le \lambda_1(x,y)$, ini menyifatkan bahawa

$$d(x,y)(s+t) \ge L(\alpha,\beta) = L(d(x,z)(s), d(z,y)(t));$$

i.e., ketaksamaan segitiga pertama diterima.

Catatan 5.2

$\lambda_\alpha(x,y)$ adalah titik akhir sebelah kiri set peringkat pemotongan $\{d(x,y) \ge \alpha\}$ dengan jarak *d(x,y)* antara dua titik *x,y* dalam *X*.

BAB 6

KESIMPULAN DAN CADANGAN

6.1 Kesimpulan

Daripada keputusan yang diperolehi , didapati bahawa:-

Ketaksamaan

$$\lambda_{L(\alpha,\beta)}(x,y) \le \lambda_\alpha(x,z) + \lambda_\beta(z,y)$$

adalah bentuk peringkat ketaksamaan segitiga

$$d(x,y)(s+t) \ge L(d(x,z)(s), d(z,y)(t))$$

dimana $s \le \lambda_1(x,z), t \le \lambda_1(z,y)$ dan $s+t \le \lambda_1(x,y)$ dan ia telah dibuktikan dalam teorem 5.1.

Secara keseluruhannya, dapat disimpulkan bahawa kajian ini menunjukkan penembusan pembatasan dalam kajian ini bagi L = min dengan cara bentuk peringkat bagi ketaksamaan segitiga oleh sebarang ruang matrik kabur (X,d,L,R). Tambahan lagi kajian ini juga dianggap sebagai suatu analisis dan huraian baru dalam ruang matrik kabur di mana L,R adalah pemetaan 2-tempat pemetaan biasa.

6.2 Cadangan

Daripada hasil dan kesimpulan, kajian ini mencadangkan untuk mengkaji pula bentuk peringkat ketaksamaan segitiga yang kedua yang terdapat dalam takrif 4.1 iaitu:-

$$d(x,y)(s+t) \leq R(d(x,z)(s), d(z,y)(t))$$

di mana $s \geq \lambda_1(x,z), t \geq \lambda_1(z,y)$ dan $s+t \geq \lambda_1(x,y)$. Dalam kes ini, terdapat dua bentuk peringkat dalam ketaksamaan segitiga yang kedua dimana bentuk peringkat ini di dikriteria dengan menggunakan set peringkat pemotongan $\{d(x,y) > \alpha\}$ dan $\{d(x,y) \geq \alpha\}$. Jadi dicadangkan supaya kes ini dilanjutkan untuk kajian seterusnya.

RUJUKAN

Badard, R. 1984. Fixed point theorems for fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems 13: 291-302.*

Bose, B.K. & Sahani, D. 1987. Fuzzy mappings and fixed point theorems. *Fuzzy Sets and Systems 21: 53-58.*

Butnariu, D. 1982. Fixed point for fuzzy mappings. *Fuzzy Sets and Systems 7: 191-207.*

Chang, S.S., Cho, Y.J., Lee, B.S., Jung, J.S. & Kang, S.M. 1997. Coincidence point and minimization theorems in fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 88(1): 119-128.*

Chang, S.S. 1985. Fixed point theorems for fuzzy mappings. *Fuzzy Sets and Systems 17: 181-187.*

Chang, S.S., Cho, Y.J., Lee, B.S. & Lee, G.M. 1997. Fixed degree and fixed point theorems for fuzzy mappings. *Fuzzy Sets and Systems 87(3): 325-334.*

Diamond, P. & Kloeden, P. 1994. Metric Spaces of Fuzzy Sets-Theory and Applications. World Scientific, Singapore.

Diamond, P. & Kloeden, P. 2000. Metric topology of fuzzy numbers and fuzzy analysis , in: D. Dubois, Prade (Eds.), Fundamentals of Fuzzy Sets, Handbook Series of Fuzzy Sets, vol. 1, Kluwer, Dordrecht. 583-641.

Dubois, D. & Prade, H. 1978. Operations on fuzzy numbers. *Internat Journal Systems Science 9: 613-626.*

Ekland, I. & Gahler, S. 1988. Basic notions for fuzzy topology. *Fuzzy Sets and Systems 26: 333-356.*

Erceg, M.A. 1979. Metric spaces in fuzzy set theory. *Journal Mathematical Analysis Applications 69: 205-230.*

Fang, J.X. 1996. The variational principle and fixed point theorems in certain topological spaces. *Journal of Mathematical Analysis and Applications 202: 398-412.*

Felbin, C. 1992. Finite dimensional fuzzy normed linear space. *Fuzzy Sets and Systems 48: 239-248.*

Fang, J.X. 1992. On fixed point theorems in fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 46: 107-113.*

Fang, J.X. & Huang, H. 2003. Some properties of the level convergence topology on fuzzy number spaces En. *Fuzzy Sets and Systems 140: 509-517.*

Goetschel, R. & Voxman, W. 1983. Topological properties of fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems 9: 87-99.*

Goetschel, R. & Voxman, W. 1986. Elementary fuzzy calculus. *Fuzzy Sets and Systems 18: 31-42.*

Gahler, S. 1983. 2-metrische Raume and ihre topologische structure. *Math. Nachr 26: 115-148.*

Gahler, S. 1964. Linear 2-normierte Raume. *Math. Nachr 28: 1-43.*

Gahler, S. 1969. Uber 2-Banach Raume. *Math. Nachr 42: 335-347.*

George, A. & Veeramani, P.V. 1994. On some result in fuzzy metrics spaces. *Fuzzy Sets and Systems 64: 395-399.*

George, A. & Veeramani, P.V. 1997. On some result of analysis for fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 90: 365-368.*

George, A. & Veeramani, P.V. 1995. Some theorem in fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 3: 933-940.*

Gregori, V. & Romaguera, S. 2000. Some properties of fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 115: 485-489.*

Grabiec, M. 1988. Fixed points in fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 27: 385-389.*

Hsu, H.-M. & Chen, C.-T. 1996. Aggregation of fuzzy opinions under group decision making. *Fuzzy Sets and Systems 79: 279-285.*

Hadzic, O. 1989. Fixed point theorems for multi-valued mappings in some classes of fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 29: 115-125.*

Heilpern, S. 1981. Fuzzy mappings and fixed point theorems. *Journal Mathematics Analysis Applications 83: 566-569.*

Huang, H. & Wu, C. 2007. On the triangle inequalities in fuzzy metric spaces. *Information Sciences 177: 1063-1072.*

Jung, J.S., Cho, Y.J. & Kim, J.K. 1994. Minimization theorems for fixed point theorems in fuzzy metric and applications. *Fuzzy Sets and Systems 61: 199-207.*

Jung, J.S., Cho, Y.J., Chang, S.S. & Kang, S.M. 1996. Coincidence theorems for set-valued mappings and Ekland's variational principle in fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems 79: 239-250.*

Kaleva, O. & Seikkala, S. 1984. On Fuzzy Metric Spaces. *Journal Fuzzy Sets and Systems* 12: 215-229.

Kwon, J.S. & Shim, H.T. 2001. Remark on lacunary statistical convergence of fuzzy numbers . *Fuzzy Sets and Systems 123: 85-88.*

Kaleva, O. 1985. The Completion of fuzzy metric spaces. *Journal Mathematics Analysis Application 109:194-198.*

Kramosil, I. & Michalek, J. 1975. Fuzzy metric and statistical metric spaces. *Kybernetika 11: 326-334.*

Klement, E.P., Mesiar, R. & Pap, E. 2000. Triangular Norms. Trends in Logics. Vol.8. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht/Boston/London.

Li, D.-F. 1998. Properties of b-vex fuzzy mappings and applications to fuzzy optimization. *Fuzzy Sets and Systems 94: 253-260.*

Lee, B.S., Cho, Y.J. & Jung, J.S. 1966. Fixed point theorems for fuzzy mappings and applications. *Commercial Korean Mathematics Science 11: 89-108.*

Menger, K. 1942. Statistical metrics. *Proceeding of the National Academy of Science 28: 535-537.*

Mishra, S.N., Sharma, N. & Singh, S.L. 1994. Common fixed points of maps on fuzzy metric spaces, *Internet Journal Mathematics & Mathematics Science 17: 253-258.*

Nuray, F. 1998. Lacunary statistical convergence of sequences of fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems 99: 353-355.*

Puri, M.L. & Ralescu, D.A. 1985. The concept of normality for fuzzy random variables. *Annals of Probability 13: 1373-1379.*

Sakawa, M. & Kato, K. 1997. Interactive decision making for large-scale multi-objective linear programs with fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems 88: 161-172.*

Savas, E. 2001. On statistically convergent sequences of fuzzy numbers. *Information Science 137: 277-282.*

Sharma, P.L., Sharma, B.K. & Iseki, K. 1976. Contractive type mapping on 2-metric space. *Mathematics Japonica 21: 67-70.*

Schweizer, B. & Sklar, A. 1960. Statistical metric spaces. *Pacific Journal Mathematics 10: 313-334.*

Schweizer, B. & Sklar, A. 1963. Associative functions and abstract semigroups. *Publ. Math. Debrecen 10: 69-81.*

Wu, C.-x. & Wu, C. 1997. The supremum and infimum of the set of fuzzy number and its application. *Journal Mathematics Analysis Applications 210: 499-511.*

Wu, C.-x. & Wu, C. 1999. Some note on the supremum and infimum of the set of fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems 103: 183-187.*

Wu, C.-x. & Ma, M. 1991. Embedding problem of fuzzy number space, Part I. *Fuzzy Sets and Systems 44: 33-38.*

Wu, C.-x. & Ma, M. 1992a. Embedding problem of fuzzy number space, Part II. *Fuzzy Sets and Systems 45: 189-202.*

Wu, C.-x. & Ma, M. 1992b. Embedding problem of fuzzy number space, Part III. *Fuzzy Sets and Systems 46: 282-286.*

Wu, C.-x. & Wang, G.-x. 2002. Convergence of sequence of fuzzy numbers and fixed points theorems for increasing fuzzy mappings and application. *Fuzzy Sets and Systems 130: 383-390.*

Wenzhi, Z. 1987. Probabilistic 2-metric spaces. *Journal Mathematics Research Expo 2: 241-245.*

Wu, C. & Song, S. 1998. Existence theorem to the Cauchy problem of fuzzy differential equations under compactness-type conditions. *Information Science 108: 123-134.*

Yao, J.F.-F. & Yao, J.-S. 2001. Fuzzy decision making for medical diagnosis based on fuzzy number and compositional rule of inference. *Fuzzy Sets and Systems 120: 351-366.*

Zhu, J. , Zhong, C.K. & Wang G.P. 2001. Vector-valued variational principle in fuzzy metric space and it's applications. *Journal Fuzzy Sets and Systems 119: 343-354.*

Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control 8: 338-353.*

Zhang, G.-Q., Wu, Y.-H, Remias, M. & Lu, J. 2003. Formulation of fuzzy linear programming problems as four-objective constrained optimization problems. *Applied Mathematics and Computation 139: 383-399.*

BIODATA PENULIS

Nama	: Mazlina Binti Muzafar Shah
Alamat Tetap	: No.2 Lrg 43 Taman Guar Perahu, 14400 Bukit Mertajam, Pulau Pinang.
Nombor Telefon	: 017-4175626
Email	: mazkck@yahoo.com.my
Tarikh Lahir	: 17 September 1987
Tempat Lahir	: Simpang Empat, Sungai Limau, Kedah.
Kewarganegaraan	: Bumiputera
Bangsa	: Melayu
Jantina	: Perempuan
Agama	: Islam
Pendidikan	: Kolej Matrikulasi Kedah, Changlun. (2005) Sek. Men. Keb. Penanti, Pulau Pinang. (2000-2004) Sek. Keb. Guar. Perahu, Pulau Pinang (1994-1999)

KETAKSAMAAN SEGITIGA ERTAMA DALAM RUANG MATRIK KABUR - MAZLINA BT MUZAFAR SHAH