

KEMERDEKAAN PERSEKUTUAN MALAYSIA
DAN PERSEKUTUAN MUDA MELALUI PERUBAHAN SIR

LIM KAH BOON

FRANKLIN SODIS O. H. TANAKI, OSA
UNIVERSITY MALAYSIA, SEREMBAN

1962

**KAJIAN EPIDEMIOLOGI PENYAKIT TOXOPLASMOSIS DAN PENYAKIT
AIDS MELALUI PEMODELAN SIR**

Oleh
Lim Kah Boon

Projek Ilmiah Akhir Tahun ini diserahkan untuk memenuhi
sebahagian keperluan bagi
Ijazah Sarjana Muda Sains (Matematik Komputasi)

**JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU
2009**

1100076405

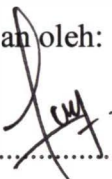


**JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU**

PENGAKUAN DAN PENGESAHAN LAPORAN MAT 4499 B

Adalah ini diakui dan disahkan bahawa laporan penyelidikan bertajuk **Kajian Epidemiologi Penyakit Toxoplasmosis dan Penyakit AIDS Melalui Pemodelan SIR** oleh **Lim Kah Boon**, No. Matriks: **UK 13151** telah diperiksa dan semua pembetulan yang disarankan telah dilakukan. Laporan ini dikemukakan kepada Jabatan Matematik sebagai memenuhi sebahagian daripada keperluan memperoleh **Ijazah Sarjana Muda Sains Matematik Komputasi**, Fakulti Sains dan Teknologi, UMT.

Disahkan oleh:

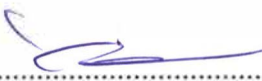

.....

Penyelia Utama

Nama: **LOY KAK CHOON**

Cop Rasmi: **LOY KAK CHOON**
Lecturer
Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu

Tarikh: **6 MEI 2009**.....


.....

Ketua Jabatan Matematik

Nama:

Cop Rasmi:

DR. HJ. MUSTAFA BIN MAMAT
Ketua
Jabatan Matematik
Fakulti Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu

Tarikh: **6/5/09**.....

PENGAKUAN

Saya mengakui Projek Ilmiah Tahun Akhir yang bertajuk **Kajian Epidemiologi Penyakit Toxoplasmosis Dan Penyakit AIDS Melalui Pemodelan SIR** adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang tiap-tiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

Tandatangan :
Nama : LIM KAH BOON
No. Matriks : UK 13151
Tarikh : 6 MEI 2009

PENGHARGAAN

Pertama sekali, penulis ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan kepada En. Loy Kak Choon selaku penyelia Projek Ilmiah Tahun Akhir atas bimbingan dan pemantauan yang diberi sepanjang tempoh penyelidikan ini dijalankan. Ucapan ribuan terima kasih juga diberikan kepada para pensyarah yang bertugas di Jabatan Matematik, Universiti Malaysia Terengganu yang telah memberi tunjuk ajar yang membina bagi memastikan penyelidikan ini dapat diselesaikan pada masa yang ditetapkan.

Di samping itu, jutaan terima kasih ingin disampaikan kepada ibu bapa dan ahli keluarga yang tersayang atas dorongan dan sokongan yang sentiasa diberikan kepada penulis. Ribuan terima kasih juga ingin disampaikan kepada rakan-rakan seperjuangan yang sentiasa memberi nasihat dan sokongan moral supaya penyelidikan ini dapat disempurnakan.

Akhir kata, penghargaan juga ingin dituju kepada semua warga yang terlibat secara langsung atau secara tidak langsung bagi memastikan penyelidikan berjaya disempurnakan pada akhirnya. Jasa budi kalian akan diingat dalam hati penulis selama-lamanya.

Sekian, terima kasih.

KAJIAN EPIDEMIOLOGI PENYAKIT TOXOPLASMOSIS DAN PENYAKIT AIDS MELALUI PEMODELAN SIR

ABSTRAK

Kajian ini telah menggunakan pemodelan matematik sebagai suatu metodologi kontemporari untuk meramal penyebaran penyakit Toxoplasmosis dan penyakit HIV/AIDS berdasarkan parameter-parameter tertentu. Model matematik bagi kedua-dua jenis penyakit yang dikaji ini diadaptasi daripada model asal iaitu model SIR. Kaedah berangka yang digunakan dalam kajian ini untuk menyelesaikan model ialah kaedah Euler. Selain itu, nilai Eigen yang diperolehi dengan menyelesaikan matrik Jacobian bagi model dalam kajian ini telah digunakan untuk meramal kestabilan model tersebut. Bagi penyakit Toxoplasmosis, tiga kes simulasi dengan penggunaan nilai parameter yang berbeza telah dijalankan. Usaha ini bertujuan untuk mensimulasikan keadaan penyakit pada keadaan yang sebenar. Manakala, bagi penyakit HIV/AIDS pula, sejumlah lima kes simulasi berangka telah dijalankan. Kes simulasi pertama mensimulasi keadaan penyakit dengan isu imigrasi. Empat kes simulasi yang lain dijalankan untuk menunjukkan sama ada model penyakit ini berada dalam keadaan stabil sejagat atau sebaliknya. Kesimpulannya, kes-kes simulasi yang dijalankan menunjukkan kedua-dua model penyakit mencapai keadaan kestabilan. Keputusan daripada simulasi berangka juga dapat menggambarkan keadaan sebenar bagaimana penyakit tersebut boleh dikawal oleh manusia dengan berkesan.

EPIDEMIOLOGY STUDY ON TOXOPLASMOSIS AND AIDS DISEASES THROUGH SIR MODELING

ABSTRACT

This study had employed mathematical modeling as a contemporary methodology to predict the spread of the diseases of Toxoplasmosis and AIDS based on certain parameters. The study of mathematical modeling for two types of disease were adapted from the formal model namely SIR model. A numerical method named Euler's method was used to resolve the model in this study. Besides, the Eigen values which were obtained by solving Jacobian matrix in this study had been used to predict the stability of the model. For Toxoplasmosis disease, three simulation cases had been carried out by using different parameter values. This effort aimed to simulate the condition of the disease in actual situation. As for HIV/AIDS disease, a total of five simulation cases had been carried out. First simulation case simulated the condition of the disease with immigration issue. Four other simulation cases were carried out to show whether the model of the disease is globally stable or vice versa. In conclusion, the simulation cases that had been carried out showed both models of the disease achieved a stable condition. The results from the numerical simulation could also reflect the actual situation on how the disease was handled by human effectively.

KANDUNGAN

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
PENGAKUAN DAN PENGESAHAN LAPORAN MAT 4499 B	ii
PENGAKUAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
KANDUNGAN	vii
SENARAI JADUAL	viii
SENARAI RAJAH	ix
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1 Pengenalan	1
1.1.1 Toxoplasmosis	2
1.1.2 Penyakit HIV/AIDS	3
1.2 Pernyataan Masalah	4
1.3 Batasan Kajian	5
1.4 Objektif Kajian	5
BAB 2 SOROTAN KAJIAN	
BAB 3 METODOLOGI	
3.1 Model Matematik	11
3.1.1 Toxoplasmosis	11
3.1.1.1 Model Penskalaan	13
3.1.2 Penyakit HIV/AIDS	15
3.2 Kaedah Penyelesaian	18
3.2.1 Kaedah Euler	18
3.2.2 Kestabilan bagi Penyelesaian Persamaan	19
BAB 4 KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN	
4.1 Toxoplasmosis	22
4.2 Penyakit HIV/AIDS	27
BAB 5 KESIMPULAN DAN CADANGAN	
RUJUKAN	34
BIODATA PENULIS	

SENARAI JADUAL

No. Jadual	Halaman	
3.1	Sifat-sifat kestabilan bagi sistem bukan linear	21
4.1	Parameter dalam kajian	22
4.2	Titik keseimbangan semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.11)	24
4.3	Nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.11)	24
4.4	Titik keseimbangan semasa $\beta = 0.0103027$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.11)	25
4.5	Nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ semasa $\beta = 0.0103027$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.11)	25
4.6	Titik keseimbangan semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.1$ bagi sistem persamaan (3.11)	27
4.7	Nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.1$ bagi sistem persamaan (3.11)	27
4.8	Parameter dalam kajian	27
4.9	Titik keseimbangan bagi sistem persamaan (3.13)	29
4.10	Nilai Eigen bagi Jacobian $J(N^*, I^*, P^*, A^*)$ bagi sistem persamaan (3.13)	29
4.11	Nilai awal bagi empat kes simulasi yang berbeza	29

SENARAI RAJAH

No. Rajah		Halaman
4.1	Dinamik bagi tiga subpopulasi semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.000232$	23
4.2	Dinamik bagi tiga subpopulasi semasa $\beta = 0.0103027$ dan $\gamma = 0.000232$	25
4.3	Dinamik bagi tiga subpopulasi semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.1$	26
4.4	Populasi dalam kelas yang berbeza dengan imigrasi	28
4.5	Variasi bagi subpopulasi yang dijangkiti bertentangan dengan jumlah populasi	30
4.6	Variasi bagi subpopulasi pra-AIDS bertentangan dengan jumlah populasi	31

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Penyakit berjangkit sering memberikan ancaman yang serius terhadap kehidupan manusia. Sebagai contohnya, wabak AIDS, virus Ebola, penyakit denggi dan sebagainya telah mengancam nyawa manusia. Kebanyakan kes penyakit wabak mungkin akan merebak secara serius di negara-negara yang kurang maju kerana kekurangan penyebaran ilmu pengetahuan serta kemudahan pusat kesihatan, dan maklumat yang berkaitan dengan penyakit wabak yang tidak lengkap. Setiap tahun, hampir jutaan nyawa terkorban akibat jangkitan penyakit campak, jangkitan pernafasan, taun dan penyakit berjangkit yang lain yang mudah dirawat dan tidak dianggap bahaya di negara-negara maju. Manakala, penyakit berjangkit seperti malaria, tifus, taun, schistosomiasis dan penyakit tidur merupakan ancaman endemik di dalam dunia. Oleh kerana kesan kadar kematian penyakit yang berlaku dalam dunia akan memberi kesan yang negatif terhadap pembangunan dan ekonomi dalam suatu negara, maka isu ini perlu diambil berat oleh semua pihak.

Wabak, boleh didefinisikan sebagai penyakit yang boleh merebak secara mendadak dan menjangkiti satu pecahan bagi penduduk dalam satu rantau sebelum wabak ini dapat dimusnahkan. Di samping itu, wabak ini mungkin telah wujud semenjak manusia mula membentuk suatu komuniti. Sering kali, serangan ini akan berulang dalam selang masa beberapa tahun dan keadaan ini mungkin dibaik pulih

sekiranya badan manusia dapat membina keimunan terhadap wabak tersebut.

1.1.1 Toxoplasmosis

Toxoplasmosis ialah sejenis penyakit parasitik yang disebabkan oleh protozoan Toksoplasma Gondii. Parasit ini menjangkit kebanyakan haiwan yang berdarah panas, termasuk manusia, tetapi biasanya menjangkit keluarga felid (kucing). Keluarga haiwan ini sering dijangkiti melalui beberapa cara iaitu selepas memakan daging yang telah dijangkiti penyakit Toxoplasmosis, melalui pemakanan najis kucing selepas ianya telah dijangkiti sebelumnya ataupun melalui penyebaran daripada ibu kepada fetusnya. Dijangkakan sebanyak satu per tiga populasi dunia telah dijangkitkan penyakit Toxoplasmosis.

Selepas manusia dijangkiti untuk jangka masa beberapa minggu, biasanya ia akan menyebabkan penyakit selesema yang ringan ataupun tidak wujud sebarang simptom yang jelas. Selepas jangkitan itu berlarutan beberapa minggu, parasit itu jarang menyebabkan sebarang simptom dalam badan orang dewasa yang sihat. Tetapi, bagi orang yang mempunyai sistem keimunan yang lemah, misalnya penghidap HIV atau ibu yang mengandung, kemungkinan besar akan menghidapi Toxoplasmosis yang serius dan sehingga boleh membawa maut. Parasit ini akan memberi kesan kepada jantung, hati dan mata.

Penilaian Kajian Kesihatan dan Pemakanan Kebangsaan (NHANES) bagi Amerika Syarikat (1999-2004) melalui sampel kebarangkalian kebangsaan mendapati bahawa 10.8% daripada warganegara Amerika Syarikat yang berumur antara 6 hingga 49 tahun dan 11.0% daripada wanita yang berumur antara 15 hingga 44 tahun mempunyai antibodi Toksoplasma-spesifik IgG. Hal ini kerana mereka telah membina keimunan sendiri selepas dijangkiti organisma tersebut. Dianggarkan antara 30% hingga 65% daripada semua manusia di dunia ini telah dijangkiti Toxoplasmosis. Tetapi, anggaran ini mungkin mempunyai perbezaan yang banyak dengan bergantung kepada cara hidup warganegara sesebuah negara. Sebagai contohnya, hampir 88%

warganegara Perancis adalah pembawa penyakit tersebut dan hal ini kemungkinan disebabkan mereka suka memakan daging separuh masak.

Dua faktor risiko yang memudahkan jangkitan penyakit ini adalah:

- Bayi yang dilahirkan oleh ibu yang telah dijangkiti dengan virus Toksoplasma pada kali pertama semasa mengandung ataupun sebelumnya.
- Orang yang mempunyai sistem keimunan yang lemah seperti pesakit AIDS.

1.1.2 Penyakit HIV/AIDS

Human Immunodeficiency Virus (HIV) adalah salah satu jenis lentivirus (satu ahli dari keluarga retrovirus) yang boleh menyebabkan Sindrom Kurang Daya Tahan Melawan Penyakit (AIDS). Penyakit ini akan menyebabkan sistem keimunan manusia mula menjadi lemah dan ia juga akan membawa jangkitan yang akan mengancam nyawa penghidap penyakit ini.

Jangkitan HIV berlaku melalui pemindahan darah, air mani, bendalir faraj atau susu ibu. Bagi cecair yang berada dalam tubuh badan, HIV diperkenalkan sebagai dua jenis virus iaitu partikel virus yang bebas dan partikel virus dalam manusia yang mempunyai keimunan untuk dijangkiti oleh sel-sel kuman. Terdapat empat cara utama yang menyebabkan jangkitan penyakit ini iaitu melalui hubungan seks yang tidak dilindungi, jarum-jarum suntikan tercemar, susu ibu dan penghantaran daripada seorang ibu yang dijangkiti kepada bayinya pada masa kelahiran yang dikenali sebagai penjangkitan tegak. Pada masa kini, pemeriksaan bagi produk darah untuk HIV telah menyingkir sebahagian besar penghantaran melalui pemindahan darah atau menjangkiti produk darah.

Selain itu, jangkitan HIV antara manusia kini dianggap sebagai pandemik. Pada bulan Januari 2006, Program Joint United Nations pada HIV/AIDS (UNAIDS) dan Pertubuhan Kesihatan Sedunia (WHO) membuat anggaran bahawa sejak penyakit ini pertama kali dikenalpasti pada 1 Disember 1981, AIDS telah membawa maut

kepada lebih daripada 25 juta orang penduduk. Dianggarkan sebanyak 0.6 peratus penduduk dunia yang diketahui telah dijangkiti HIV.

Pemodelan matematik merupakan satu usaha saintifik yang dijalankan untuk mengkaji kesan kepelbagaian kadar penyebaran ke atas Toxoplasmosis dan HIV serta keadaan keseimbangan bagi kadar penyebaran yang berbeza. Di dalam kajian projek ilmiah tahun akhir ini, model SIR (Susceptible-Infected-Removed) akan digunakan dalam kajian ini. Model Toxoplasmosis akan membahagikan satu populasi kepada tiga subpopulasi yang berlainan iaitu subpopulasi yang akan dipengaruhi, subpopulasi jangkitan dan subpopulasi kawalan bagi Toxoplasmosis. Manakala model HIV mempunyai empat subpopulasi yang berlainan iaitu subpopulasi dipengaruhi, subpopulasi dijangkiti, subpopulasi pra-AIDS dan subpopulasi AIDS. Model SIR telah diperkenalkan oleh Kermack-McKendrick pada tahun 1927.

1.2 Penyataan Masalah

Penyebaran penyakit Toxoplasmosis yang kian meningkat secara dramatik di seluruh dunia telah menimbulkan masalah kesihatan yang serius di kalangan manusia. Meskipun Toxoplasmosis bukanlah satu penyakit yang berorientasikan wabak, terdapat sebilangan manusia yang telah mati akibat daripada jangkitan penyakit ini. Selain itu, jangkitan penyakit ini juga mempunyai kesan yang serius terhadap perkembangan fetus.

Di samping itu, penyakit AIDS adalah merupakan suatu masalah serius yang dihadapi oleh seluruh dunia pada masa kini. Hal ini kerana penyakit AIDS masih merupakan suatu penyakit yang tidak boleh dirawat sehingga pesakit sembuh sepenuhnya buat masa kini. Hanya terdapat ubat antiretroviral yang dikenalpasti dapat memperlambatkan perubahan penyakit daripada HIV kepada AIDS dan ubat ini juga hanya dapat membantu sesetengah penghidap menjadi sihat dalam beberapa tahun. Tetapi sekiranya pesakit mengambil kuantiti ubat yang terlalu banyak, ianya mungkin mendatangkan kesan sampingan pada masa akan datang.

1.3 Batasan Kajian

Kajian ini menumpu kepada pemodelan matematik dan simulasi berkomputer secara serentak dalam mengkaji kepelbagaian saiz populasi terhadap evolusi bilangan orang yang telah dijangkiti dengan Toxoplasmosis dan AIDS. Model ini menerokai dinamik penyakit Toxoplasmosis dan AIDS pada peringkat populasi dengan menggunakan satu model epidemiologikal. Bagi penyakit Toxoplasmosis, data secara statistik akan digunakan untuk menganggar sebahagian parameter yang akan digunakan dalam model ini. Simulasi berangka bagi model Toxoplasmosis dilakukan dengan mempelbagaikan parameter untuk menunjukkan senario yang berbeza tentang penyebaran bagi penyakit tersebut. Bagi penyakit HIV/AIDS, simulasi berangka untuk model HIV/AIDS juga akan dilakukan untuk menunjukkan pengaruh parameter-parameter tertentu terhadap penyebaran penyakit itu.

1.4 Objektif Kajian

Antara objektif-objektif kajian termasuklah untuk:

- i. Memahami model matematik yang dapat mentadbir penyebaran penyakit Toxoplasmosis dan HIV/AIDS;
- ii. Menggunakan model yang sedia ada iaitu model SIR untuk mengkaji penyebaran penyakit Toxoplasmosis dan HIV/AIDS dan
- iii. Mengetahui parameter-parameter tertentu yang menunjukkan kawalan terhadap penyebaran penyakit Toxoplasmosis.
- iv. Mengetahui syarat-syarat awal yang berlainan masih menunjukkan kestabilan sejagat bagi penyelesaian model SIR penyakit HIV/AIDS.

BAB 2

SOROTAN KAJIAN

Iwami et al. (2008) telah membuat kajian mengenai pencegahan wabak selesema burung serta polisi pencegahan wabak yang sesuai juga telah dibincangkan dalam kajian ini. Bagi menjalankan kajian ini, satu model matematik yang berkenaan dengan penyebaran mutan selesema burung telah dibina. Selain itu, mereka juga mengkaji kesan dua jenis polisi pencegahan yang berbeza ke atas wabak iaitu polisi penghapusan dan polisi kuarantin. Perbezaan antara kedua-dua jenis polisi ialah polisi penghapusan dapat meningkatkan kadar kematian bagi burung yang dijangkiti wabak manakala polisi kuarantin akan menurunkan bilangan hubungan yang dijangkiti dengan wabak. Di samping itu, mereka juga telah membuat kesimpulan bahawa asas penyerupaan berangka yang menyatakan bahawa tindakan penghapusan burung yang berjangkit tidak semestinya dapat mengelakkan penyebaran jangkitan kepada manusia. Sebaliknya, tindakan ini mungkin memberikan kesan yang bertentangan dengan situasi yang sebenar dalam sesetengah keadaan.

Upadhyay et al. (2007) telah membuat kajian mengenai pemodelan penyebaran selesema burung dan peramalan tentang kepelbagaian penyebaran. Tumpuan tempoh masa kajian ini adalah bermula daripada 13 Februari 2006 sehingga 18 Februari 2006 iaitu jangka masa wabak selesema burung ini merebak di seluruh negara India dengan serius. Dalam kajian ini, mereka telah membina satu model penyebaran selesema burung secara statistik. Selain itu, faktor-faktor yang akan memberi kesan ke atas penyebaran wabak ini juga telah diambil kira. Mereka telah mengkaji penyebaran

burung dari segi masa dan ruang supaya mekanisme penyebaran wabak dalam kajian ini dapat difahami secara mendalam. Keputusan yang diperolehi melalui simulasi kajian ini menyatakan bahawa kebarangkalian bagi penyebaran yang baru berlaku akan menurun dengan peningkatan jarak daripada negara punca wabak. Akhirnya, mereka juga menyatakan bahawa keputusan ini mungkin boleh digunakan untuk meramal keadaan wabak yang berlaku pada masa akan datang dengan jangka masa yang lebih panjang.

Schneckenreither et al. (2008) telah membuat satu kajian mengenai perbandingan kaedah penyelesaian model SIR (dipengaruhi-jangkitan-pulihan) dengan menggunakan persamaan pembezaan biasa (Ordinary Differential Equation, ODE), persamaan pembezaan separa (Partial Differential Equation, PDE), persamaan pembezaan dan sel automata. Model SIR menggambarkan dinamik bagi suatu wabak secara kumulatif. Teknik yang digunakan untuk mengapikasi kajian ini meliputi gas kekisi sel automata (Lattice Gas Cellular Automata, LGCA), sel automata stokastik (Stochastic Cellular Automata, SCA) dan persamaan pembezaan separa (Partial Differential Equation, PDE). Walaupun kaedah-kaedah ini melibatkan kepelbagaian jenis interaksi dari segi ruang, tetapi mereka dapat menunjukkan bahawa kualitatif konsisten dan kelakuan model secara kuantitatif dapat diperhatikan dengan melakukan proses penyesuaian parameter serta mengaplikasikan sedikit teknik pengubahsuaian. Pengubahsuaian ini adalah bermotivasi untuk kegunaan analisis stokastik yang berkaitan dengan pengagihan tindak balas (Partial Differential Equation, PDE; Stochastic Cellular Automata, SCA) dan penyebaran dinamik (Lattice Gas Cellular Automata, LGCA). Penyebaran zarah-zarah dapat dihipotesiskan melalui penyesuaian empirik bagi satu pembahagian penyebaran Gaussian.

Umar (2007) membuat kajian mengenai pemodelan epidemik SIR dengan mengaplikasikannya terhadap dinamik penyebaran HIV/AIDS ke atas populasi campuran yang seimbang. Dalam kajian ini, mereka mengkaji model SIR dan mengaplikasikannya terhadap fenomena penyebaran penyakit HIV/AIDS secara mengufuk dalam satu populasi campuran yang homogenus. Di samping itu, kestabilan bagi titik keseimbangan akan dikaji dengan menggunakan teori pembiakan asas bagi

bilangan kumpulan yang dijangkiti. Keadaan penentu surihan matrik Jacobian pada titik keseimbangan bagi satu sistem persamaan pembezaan tak linear juga telah dikaji. Dalam kajian ini, terdapat dua jenis model telah dikaji iaitu satu model untuk dinamik penyebaran bagi HIV dan AIDS dan satu lagi submodel bagi dinamik penyebaran HIV tanpa AIDS. Syarat-syarat terhad yang membenarkan situasi kestabilan bagi keseseimbangan bebas daripada penyakit dan titik keseimbangan endemik dapat diperolehi serta interpretasi secara biologi yang berkaitan juga telah dibincangkan pada akhir kajian ini.

Derouich et al. (2003) telah membuat satu kajian mengenai pemodelan demam denggi. Model SEIR (Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered) dan model SIR (Susceptible-Infective-Recover) yang disertakan dengan satu atau dua virus sahaja dan dapat bertindak secara serentak akan dipertimbangkan dalam pemodelan penyakit ini. Tujuan utama kajian ini adalah mengkaji dinamik demam denggi di samping memerhatikan proses perubahan bentuk asal penyakit ini kepada bentuk demam pendarahan supaya strategi untuk mengawal penyakit ini dapat dicadangkan pada akhir kajian. Dinamik bagi penyakit ini dikaji melalui satu model yang melibatkan persamaan pembezaan biasa bagi populasi manusia dan populasi nyamuk *Aedes*. Kestabilan bagi titik keseimbangan akan diberi dan satu simulasi berangka akan dijalankan dengan menggunakan nilai parameter yang berbeza. Keputusan daripada simulasi yang dijalankan menunjukkan bahawa strategi kawalan dengan menggunakan kawalan vektor melalui pentadbiran alam sekitar serta kaedah secara kimia adalah tidak mencukupi untuk mencegah penyakit. Hal ini kerana kaedah ini hanya dapat menangguh tempoh masa penyebaran penyakit tersebut sahaja.

Piqueira et al. (2005) menjalankan kajian dengan mengaplikasikan model epidemik terhadap virus yang berada dalam rangkaian komputer. Dalam kajian ini, mereka menggambarkan analogi antara komputer dengan populasi perambatan penyakit dengan menggunakan model epidemik SIR. Hal ini kerana sifat organisma secara biologi dan rangkaian komputer mempunyai sifat yang hampir sama. Selepas individu anti-virus diperkenalkan dalam model baru yang telah dimodifikasi berdasarkan model SIR, mereka dapat menganalisis kestabilan bagi titik

keseimbangan yang bebas daripada penyakit itu. Selain itu, kadar pembiakan virus juga mampu memberi maklumat secara teori tentang cara-cara untuk mengelakkan jangkitan virus yang berlaku di dalam rangkaian komputer. Simulasi secara berangka menunjukkan bahawa proses dinamik bagi sesetengah parameter dapat memberikan maklumat tentang bilangan mesin yang dijangkiti oleh virus dan informasi ini ditunjukkan dalam fungsi masa.

Meade dan Milner (1992) menjalankan kajian mengenai pemodelan epidemik SIR dengan peresapan secara terarah. Satu anggapan umum tentang model Gurtin-MacCamy bagi epidemik SIR telah dibincangkan dalam kajian ini. Model yang baru ini mengandungi isu peresapan keluar daripada kawasan yang penuh sesak tetapi mengekalkan unsur kualitatif yang menarik dalam model Gurtin-MacCamy. Algoritma bagi penyelesaian berangka yang digunakan dalam model ini ialah kaedah beza terhingga dan kaedah Euler tak tersirat. Penyelesaian zon kestabilan juga dipamerkan sebagai graf dalam kertas kajian ini.

Roeger dan Barnard (2006) menjalankan kajian mengenai pengekalan dinamik setempat semasa mengaplikasikan kaedah beza tengah di dalam model SIR. Mereka mengaplikasikan kaedah beza tengah terhadap satu model SIR. Di samping itu, kaedah berangka telah dijalankan untuk mengkaji perubahan kestabilan setempat dalam suatu keadaan keseimbangan. Kaedah beza tengah yang digunakan tidak dapat mengekalkan kestabilan setempat bagi satu titik tetap dalam persamaan pembezaan. Selepas mengaplikasikan kaedah beza tengah terhadap model SIR, keseimbangan positif yang ditunjukkannya adalah satu titik pelana dan bukannya satu nod yang stabil seperti yang wujud dalam satu model SIR yang selanjur. Bagi tujuan mengkaji kestabilan setempat secara berangka dalam model ini, dua jenis kaedah beza tengah yang ditakrif secara tersirat juga telah diperkenalkan dalam kajian ini. Dapatan kajian menunjukkan bahawa kedua-dua kaedah ini lebih cekap dalam pencarian kestabilan setempat bagi satu titik tetap dalam satu model SIR yang selanjur. Bagi kebanyakan kaedah berangka yang piawai seperti kaedah Euler dan kaedah Runge-Kutta, kaedah-kaedah berangka ini akan mengekalkan kestabilan setempat bagi satu titik tetap sekiranya saiz langkah adalah cukup kecil. Tetapi kaedah beza tengah yang asal akan mengubah kestabilan

setempat dengan tidak mengambil kira betapa kecil nilainya bagi suatu saiz langkah. Manakala, kedua-dua jenis kaedah beza tengah yang menghasilkan skema berangka tersirat sentiasa mengekalkan kestabilan setempat bagi satu titik tetap.

Menurut sorotan kajian di atas, model SIR dapat digunakan untuk memodel pelbagai jenis penyakit termasuk penyakit Toxoplasmosis dan penyakit HIV/AIDS yang akan dikaji dalam kajian ini. Di samping itu, kaedah Euler boleh digunakan untuk menyelesaikan model SIR secara berangka. Nilai Eigen yang boleh digunakan untuk mengkaji kestabilan penyelesaian persamaan juga boleh diperolehi dengan menyelesaikan matrik Jacobian. Penyelesaian secara berangka yang dinyatakan dalam kajian ini bolehlah dilakukan dengan menggunakan aturcara komputer.

BAB 3

METODOLOGI

3.1 Model Matematik

3.1.1 Toxoplasmosis

Beberapa idea tanggapan umum dan struktur asas bagi model matematik dalam epidemiologi ditunjukkan di bawah (Aranda et al., 2008):

- i. Andaikan $N(t)$ menunjukkan jumlah populasi dan ia boleh dibahagikan kepada tiga subpopulasi yang terdiri daripada:
 1. Ahli-ahli kumpulan dalam populasi yang boleh dijangkiti. Kumpulan ini adalah dikenali sebagai kumpulan yang dipengaruhi, $S(t)$.
 2. Ahli-ahli kumpulan penduduk yang telah menjangkiti penyakit itu dan mutakhir masih menghadapi penyakit ini. Kumpulan ini adalah dikenali sebagai kumpulan jangkitan, $E(t)$.
 3. Ahli-ahli kumpulan penduduk yang telah sembuh daripada penyakit itu. Kumpulan ini adalah dikenali sebagai kumpulan kawalan, $C(t)$.
- ii. Satu kadar β diwakili sebagai kadar peralihan daripada seorang individu yang dipengaruhi, $S(t)$ kepada subpopulasi jangkitan iaitu $E(t)$. Kemudian, satu kadar γ dikenali sebagai kadar peralihan daripada satu populasi yang berjangkit kepada subpopulasi kawalan.

- iii. Kadar penghantaran β bersandar kepada saiz populasi tetapi kadar itu tidak bersandar kepada masa. Seorang bayi yang baru dilahirkan mempunyai kebarangkalian p untuk dilahirkan dengan sihat iaitu dilahirkan tanpa penyakit itu. \mathcal{E} adalah kadar kematian tambahan yang disebabkan oleh penyakit itu.
- iv. Semua ahli-ahli kumpulan dalam subpopulasi yang dipengaruhi, $S(t)$ mempunyai kebarangkalian yang sama untuk dijangkiti oleh penyakit itu.

Rumusan tentang parameter asas yang akan digunakan dalam model matematik adalah seperti berikut:

$S(t)$	adalah bilangan individu dalam subpopulasi yang dipengaruhi pada masa t , [orang]
$E(t)$	adalah bilangan individu dalam subpopulasi yang dijangkiti pada masa t , [orang]
$C(t)$	adalah bilangan individu dalam subpopulasi dalam kawalan pada masa t , [orang]
$N(t)$	adalah bilangan individu dalam populasi pada masa t , [orang]
t	masa, [tahun]
μ	adalah kadar kelahiran, [orang / tahun]
d	adalah kadar kematian semula jadi, [orang / tahun]
β	adalah kadar peralihan, [orang / tahun]
p	adalah kebarangkalian untuk dilahirkan tanpa dijangkiti penyakit, [tidak berunit]
\mathcal{E}	adalah kadar kematian yang disebabkan oleh penyakit itu, [orang / tahun]
γ	adalah individu-individu dengan kadar kawalan penyakit, [orang / tahun]

Jadi, satu model epidemiologi bagi penyakit ini telah diterbitkan dan diwakili dengan suatu sistem persamaan linear pembezaan terbitan biasa melalui andaian-andaian di atas. Dalam penulisan kajian ini, $\frac{dS}{dt}$ diwakili dengan simbol sebagai $\dot{S}(t)$.

$$\dot{S}(t) = p\mu N(t) - dS(t) - \beta S(t) \quad (3.1)$$

$$\dot{E}(t) = \beta S(t) + \mu(1 - p)N(t) - (d + \varepsilon)E(t) - \gamma E(t) \quad (3.2)$$

$$\dot{C}(t) = \gamma E(t) - dC(t) \quad (3.3)$$

$$N(t) = S(t) + E(t) + C(t) \quad (3.4)$$

3.1.1.1 Model Penskalaan

Model dalam persamaan (3.1) sehingga persamaan (3.4) merujuk kepada jumlah bilangan individu tetapi data tersebut biasanya diungkap dalam bentuk peratusan. Justeru itu, kita perlu menormalkan skala dalam model ini kepada skala yang menyerupai sifat data yang kita perolehi. Sebagai langkah pertama, persamaan (3.1) sehingga persamaan (3.3) ditambah ke dalam persamaan (3.4) dan seterusnya dengan meringkaskan persamaan (3.4), maka kita boleh mendapatkan persamaan-persamaan di bawah:

$$\dot{N}(t) = (\mu - d)N(t) - \varepsilon E(t) \quad (3.5)$$

Kemudian, selepas kedua-dua sebelah persamaan (3.5) dibahagikan dengan $N(t)$ kita dapati:

$$\frac{\dot{N}(t)}{N(t)} = \mu - d - \varepsilon \frac{E(t)}{N(t)} \quad (3.6)$$

Jika semua nisbah-nisbah (bersandar kepada masa) ditakrif, kita perolehi:

$$s = \frac{S}{N}, e = \frac{E}{N}, c = \frac{C}{N} \quad (3.7)$$

Persamaan (3.6) boleh ditransformasikan ke dalam bentuk seperti berikut:

$$\frac{\dot{N}}{N} = \mu - d - \epsilon e \quad (3.8)$$

Sekarang, dengan menggunakan persamaan (3.8) untuk mengira terbitan s , kita boleh mendapatkan persamaan berikut:

$$\dot{s} = \frac{\dot{S}N - S\dot{N}}{N^2} = \frac{\dot{S}}{N} - \frac{S}{N} \frac{\dot{N}}{N} = \frac{\dot{S}}{N} - s(\mu - d - \epsilon e) \quad (3.9)$$

dan dengan cara yang serupa, kita boleh mendapatkan:

$$\dot{e} = \frac{\dot{E}}{N} - e(\mu - d - \epsilon e), \dot{c} = \frac{\dot{C}}{N} - c(\mu - d - \epsilon e) \quad (3.10)$$

Sekarang, pertimbangkan persamaan (3.1). Jika kita membahagikannya dengan N , kita akan dapati:

$$\frac{\dot{S}}{N} = p\mu - d \frac{S}{N} - \beta \frac{S}{N} \quad (3.11)$$

dan dengan menggantikan nisbah yang sepadan dengan persamaan (3.4) dan (3.8) ke dalam persamaan (3.6), akhirnya kita boleh mendapatkan suatu persamaan yang telah diskalakan.

$$\dot{s} = p\mu - s(t)(\mu + \beta - \epsilon e(t)) \quad (3.12)$$

Persamaan (3.2) dan persamaan (3.3) juga boleh diskalakan dengan cara yang serupa, kemudian kita akan perolehi:

$$\begin{aligned}
\dot{e}(t) &= \beta s(t) + \mu(1 - p) - e(t)(\gamma + \mu + \varepsilon - \varepsilon e(t)) \\
\dot{c}(t) &= \gamma e(t) - (\mu - \varepsilon e(t))c(t) \\
1 &= s(t) + e(t) + c(t)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Perhatikan bahawa selepas proses penskalaan, model itu boleh ditransformasikan ke dalam satu sistem tak linear.

Oleh kerana $s(t) + e(t) + c(t) = 1$, kita boleh menghapuskan $c(t)$ dengan menggunakan sistem persamaan (3.13) dan seterusnya sistem dua dimensi seperti berikut dapat diperolehi:

$$\begin{aligned}
\dot{s}(t) &= p\mu - s(t)(\mu + \beta - \varepsilon e(t)) \\
\dot{e}(t) &= \beta s(t) + \mu(1 - p) - e(t)(\gamma + \mu + \varepsilon - \varepsilon e(t))
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Parameter β dan γ adalah parameter yang tidak diketahui dan kita boleh menentukan nilai pembolehubah ini di dalam model kita dengan menjalankan simulasi untuk senario yang berbeza.

3.1.2 Penyakit HIV/AIDS

Beberapa idea dan struktur asas model matematik bagi penyakit HIV akan ditunjukkan di bawah (Naresh et al., 2008):

- i. Anggap satu saiz populasi $N(t)$ pada masa t dengan aliran masuk secara malar ke dalam kumpulan yang dipengaruhi pada satu kadar Q_1 dan kumpulan jangkitan HIV pada satu kadar Q_2 .
- ii. Saiz populasi $N(t)$ boleh dibahagikan kepada empat subpopulasi iaitu:
 - a. kumpulan yang dipengaruhi, $S(t)$
 - b. kumpulan jangkitan, $I(t)$
 - c. kumpulan pra-AIDS, $P(t)$

- d. kumpulan pesakit AIDS, $A(t)$
dengan kadar kematian semulajadi, d dalam semua kumpulan.
- iii. Kumpulan yang dipengaruhi, $S(t)$ akan dijangkiti melalui hubungan seksual dengan kumpulan yang dijangkiti, $I(t)$ dan kumpulan pra-AIDS, $P(t)$.
- iv. Jumlah populasi $N(t)$ akan hilang kebanyakan individu yang dimasuki ke dalam kumpulan $A(t)$ dengan satu kadar yang tinggi jikalau dibandingkan dengan kumpulan lain.
- v. Ia juga dianggapkan satu pecahan $\tau(0 \leq \tau \leq 1)$ bagi semua kumpulan jangkitan, $I(t)$ iaitu
- dengan kadar $\tau\delta I$ pergi ke kumpulan pra-AIDS, $P(t)$;
 - manakala bagi jangkitan lain yang serius, dengan kadar $(1-\tau)\delta I$ secara langsung menyertai kumpulan AIDS, $A(t)$.
- vi. δ adalah kadar gerakan daripada kumpulan jangkitan, maka $\left(\frac{1}{\delta}\right)$ menandakan purata tempoh pengeraman.
- vii. β dan β' masing-masing adalah kadar hubungan antara kumpulan yang dipengaruhi dengan kumpulan jangkitan dan kumpulan pra-AIDS.
- viii. α_1 adalah kadar di mana individu-individu dari kumpulan pra-AIDS menyertai kelas AIDS.
- ix. α merupakan satu kadar kematian pendorong jangkitan dan c adalah purata bilangan pasangan seksual pada satu unit masa.

Rumusan tentang parameter-parameter yang digunakan dalam model ini boleh diringkaskan seperti berikut:

- $I(t)$ adalah bilangan individu dalam subpopulasi yang dijangkiti pada masa t , [orang]
- $P(t)$ adalah bilangan individu dalam subpopulasi pesakit pra-AIDS pada masa t , [orang]
- $A(t)$ adalah bilangan individu dalam subpopulasi pesakit AIDS pada masa t , [orang]
- τ adalah satu pecahan, [tidak berunit]
- Q_1 adalah kadar aliran masuk ke dalam kumpulan yang dipengaruhi, $S(t)$, [orang / tahun]
- Q_2 adalah kadar aliran masuk ke dalam kumpulan yang dijangkiti, $I(t)$, [orang / tahun]
- δ adalah kadar gerakan daripada kelas jangkitan, [orang/tahun]
- d adalah kadar kematian semula jadi, [orang / tahun]
- β adalah kadar hubungan antara kumpulan yang dipengaruhi dengan kumpulan jangkitan, [orang / tahun]
- β' adalah kadar hubungan antara kumpulan yang dipengaruhi dengan kumpulan pra-AIDS, [orang / tahun]
- α_1 adalah kadar individu dari kumpulan pra-AIDS menyertai kumpulan AIDS, [orang / tahun]
- α adalah kadar kematian pendorong jangkitan, [orang / tahun]
- c adalah purata bilangan pasangan seksual pada satu unit masa, [tidak berunit]

Parameter-parameter yang selainnya boleh merujuk kepada bahagian 3.1.1.

Dengan adanya anggapan dan pertimbangan di atas, dinamik penyakit ini dapat ditentukan melalui sistem persamaan pembezaan biasa secara tidak linear seperti di bawah:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= Q_1 - \left(\frac{\beta cSI}{N} + \frac{\beta' cSP}{N} \right) - dS \\
\frac{dI}{dt} &= Q_2 + \frac{\beta cSI}{N} + \frac{\beta' cSP}{N} - (\delta + d)I \\
\frac{dP}{dt} &= \tau \delta I - (\alpha_1 + d)P \\
\frac{dA}{dt} &= (1 - \tau)\delta I + \alpha_1 P - (\alpha + d)A \\
S(0) &= S_0 > 0, I(0) = I_0 > 0, P(0) = P_0 > 0, A(0) = A_0 > 0
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Sistem di atas boleh ditulis semula dengan menggunakan $N = S + I + P + A$,

$$\begin{aligned}
\frac{dN}{dt} &= Q_1 + Q_2 - dN - \alpha A \\
\frac{dI}{dt} &= Q_2 + \frac{\beta c(N - I - P - A)I}{N} + \frac{\beta' c(N - I - P - A)P}{N} - (\delta + d)I \\
\frac{dP}{dt} &= \tau \delta I - (\alpha_1 + d)P \\
\frac{dA}{dt} &= \alpha_1 P + (1 - \tau)\delta I - (\alpha + d)A \\
N(0) &= N_0 > 0, I(0) = I_0 > 0, P(0) = P_0 > 0, A(0) = A_0 > 0
\end{aligned} \tag{3.16}$$

3.2 Kaedah Penyelesaian

3.2.1 Kaedah Euler

Kaedah Euler digunakan untuk mendapatkan nilai anggaran bagi masalah nilai awal bagi persamaan pembezaan biasa seperti berikut (Burden dan Faires, 2005):

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad a \leq t \leq b, \quad y(a) = \alpha \tag{3.17}$$

Kaedah Euler boleh ditakrifkan seperti di bawah:

$$\begin{aligned}
\Delta t &= \frac{b - a}{N} \\
t_i &= a + i\Delta t,
\end{aligned}$$

bagi setiap $i = 0, 1, \dots, N$.

$$w_0 = \alpha,$$

$$w_{i+1} = w_i + \Delta t f(t_i, w_i),$$

bagi setiap $i = 0, 1, \dots, N - 1$.

Contoh:

Diberi persamaan bagi model Toxoplasmosis dapat diungkapkan seperti berikut:

$$\dot{s}(t) = p\mu - s(t)(\mu + \beta - \epsilon e(t)),$$

$$\dot{e}(t) = \beta s(t) + \mu(1 - p) - e(t)(\gamma + \mu + \epsilon - \epsilon e(t))$$

Maka, formula Euler menjadi:

$$s_{n+1} = s_n + (p\mu - s_n(\mu + \beta - \epsilon e_n))\Delta t,$$

$$e_{n+1} = e_n + (\beta s_n + \mu(1 - p) - e_n(\gamma + \mu + \epsilon - \epsilon e_n))\Delta t$$

Nilai s_{n+1} dan e_{n+1} akan digunakan untuk mencari nilai s dan e apabila nilai t bertambah. Proses ini akan berulang sebanyak $N-1$ kali. Maka, pada akhirnya, kita akan mendapat nilai anggaran bagi persamaan pembezaan biasa bagi model Toxoplasmosis.

3.2.1 Kestabilan Bagi Penyelesaian Persamaan

Formula am bagi matriks Jacobian:

$$J(x, y) = \begin{bmatrix} f_x(x, y) & f_y(x, y) \\ g_x(x, y) & g_y(x, y) \end{bmatrix}$$

Formula am bagi nilai Eigen:

Biar $A = J(x, y)$, seterusnya penyelesaian $\det(A - \lambda I) = 0$ perlu dicari.

Contoh:

Merujuk kepada sistem persamaan (3.13), nilai matriks Jacobian bagi model HIV/AIDS adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned}
A &= J(N, I, P, A) \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1.5I}{N} - \frac{1.5I(N-I-P-A)}{N^2} + \frac{-0.02}{N} + \frac{0.5P}{N} & \frac{1.5I(N-I-P-A)}{N} & \frac{1.5I}{N} & \frac{0.5P}{N} & 0 \\ 0 & \frac{1.5(N-I-P-A)}{N} & \frac{1.5I}{N} & \frac{0.5P}{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0.24 & -0.42 & -\frac{1.5I}{N} + \frac{0}{N} \\ 0 & 0 & 0.16 & -0.52 & \frac{0.5(N-I-P-A)}{N} \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & -\frac{1.5I}{N} - \frac{0.5P}{N} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A &= J(N^*, I^*, P^*, A^*) \\
&= \begin{bmatrix} -0.02 & 0 & 0 & -1 \\ 0.7267891465 & -1.065963249 & -0.7658448542 & -0.8257856567 \\ 0 & 0.24 & -0.52 & 0 \\ 0 & 0.16 & 0.5 & -1.02 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} -0.02 - \lambda & 0 & 0 & -1 \\ 0.7267891465 - \lambda & -1.065963249 - \lambda & -0.7658448542 & -0.8257856567 \\ 0 & 0.24 & -0.52 - \lambda & 0 \\ 0 & 0.16 & 0.5 & -1.02 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Maka,

$$\lambda_1 = -0.6190293369 + 0.2823624574i$$

$$\lambda_2 = -0.6190293369 - 0.2823624574i$$

$$\lambda_3 = -0.3435641971$$

$$\lambda_4 = -1.044340378$$

Nilai λ_1 , λ_2 , λ_3 dan λ_4 adalah nilai Eigen yang kita akan perolehi dengan menyelesaikan persamaan $\det(A - \lambda I) = 0$.

Berdasarkan nilai Eigen di atas, kita dapat membuat kesimpulan bahawa model ini adalah stabil berasimptot merujuk kepada maklumat di Jadual 3.1.

Jadual 3.1: Sifat-sifat kestabilan bagi sistem bukan linear (Saperstone, 1998)

Nilai Eigen Bagi Sistem Dilinearkan	Jenis Titik Kritikal	Kestabilan
λ_1, λ_2 nyata, $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$	Nod Wajar	Tidak Stabil
λ_1, λ_2 nyata, $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$	Nod Wajar	Stabil Berasimptot
λ_1, λ_2 nyata, $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$	Pelana	Tidak Stabil
λ_1, λ_2 nyata, $\lambda_1 = \lambda_2 > 0$	Nod Tak Tentu atau Fokus	Tidak Stabil
λ_1, λ_2 nyata, $\lambda_1 = \lambda_2 < 0$	Nod Tak Tentu atau Fokus	Stabil Berasimptot
λ_1, λ_2 kompleks, $\alpha \pm i\beta$:		
$\alpha > 0$	Fokus	Tidak Stabil
$\alpha < 0$	Fokus	Stabil Berasimptot
$\alpha = 0$	Pusat atau Fokus	Tak Tentu

BAB 4

KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

4.1 Toxoplasmosis

Dalam kajian ini, tiga jenis keadaan penyakit yang mungkin berlaku akan disimulasikan dengan memerhatikan kesan parameter β dan γ terhadap dinamik penyebaran penyakit Toxoplasmosis. Penganggaran bagi nilai awal yang akan digunakan dalam kajian ini adalah seperti berikut (Aranda et al., 2008):

$$s(0) = 0.5253, \quad e(0) = 0.47, \quad c(0) = 0.0047.$$

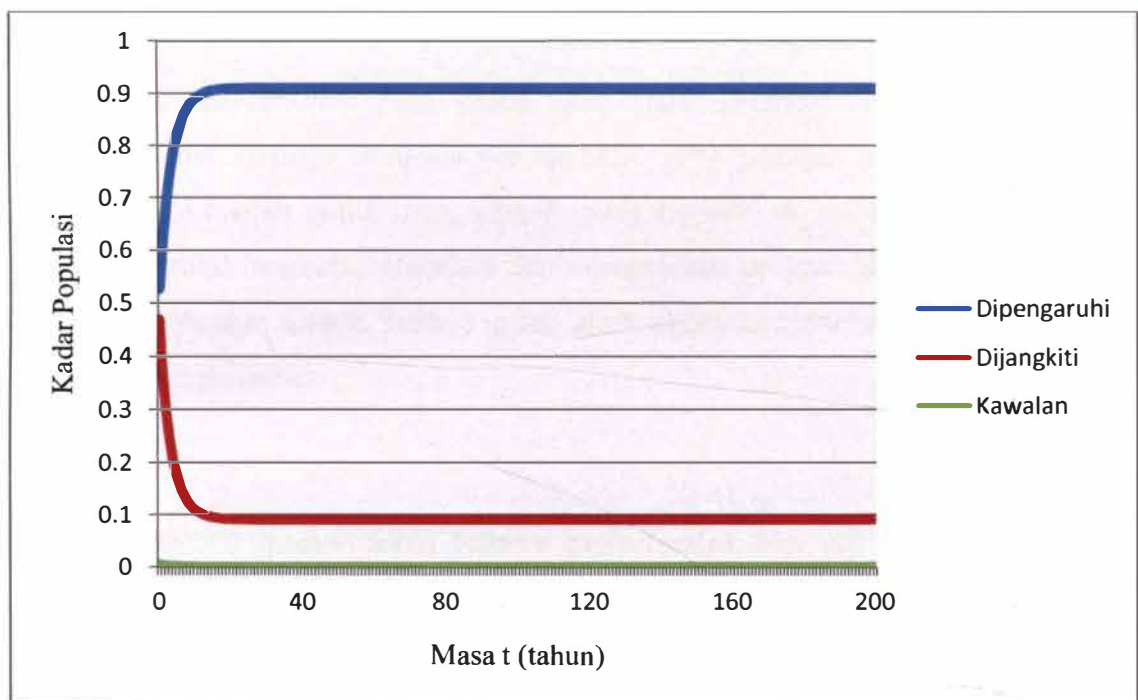
Jadual berikut akan mempamerkan nilai-nilai bagi parameter yang akan digunakan dalam kajian Toxoplasmosis.

Jadual 4.1: Parameter dalam kajian

Parameter	Nilai
μ	0.233
d	0.00601
p	0.9898
\mathcal{E}	0.00000508

Bagi kes simulasi yang pertama, nilai parameter $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.000232$ akan digunakan untuk menganggap penyebaran Toxoplasmosis adalah dalam keadaan keseimbangan. Dengan menggunakan kedua-dua nilai ini, titik keseimbangan (s^*, e^*, c^*) dan nilai Jacobian $J(s^*, e^*)$ bagi sistem persamaan (3.11) dapat diperolehi.

Melalui Rajah 4.1, ia dapat menunjukkan penyelesaian $s(t)$, $e(t)$ dan $c(t)$ sentiasa berada dalam keadaan keseimbangan. Jadual 4.3 menunjukkan bahawa nilai Eigen bagi $J(s^*, e^*)$ adalah negatif maka ia bermaksud titik keseimbangan (s^*, e^*, c^*) adalah stabil berasimptot.



Rajah 4.1: Dinamik bagi tiga subpopulasi semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.000232$

Jadual 4.2: Titik keseimbangan semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.14)

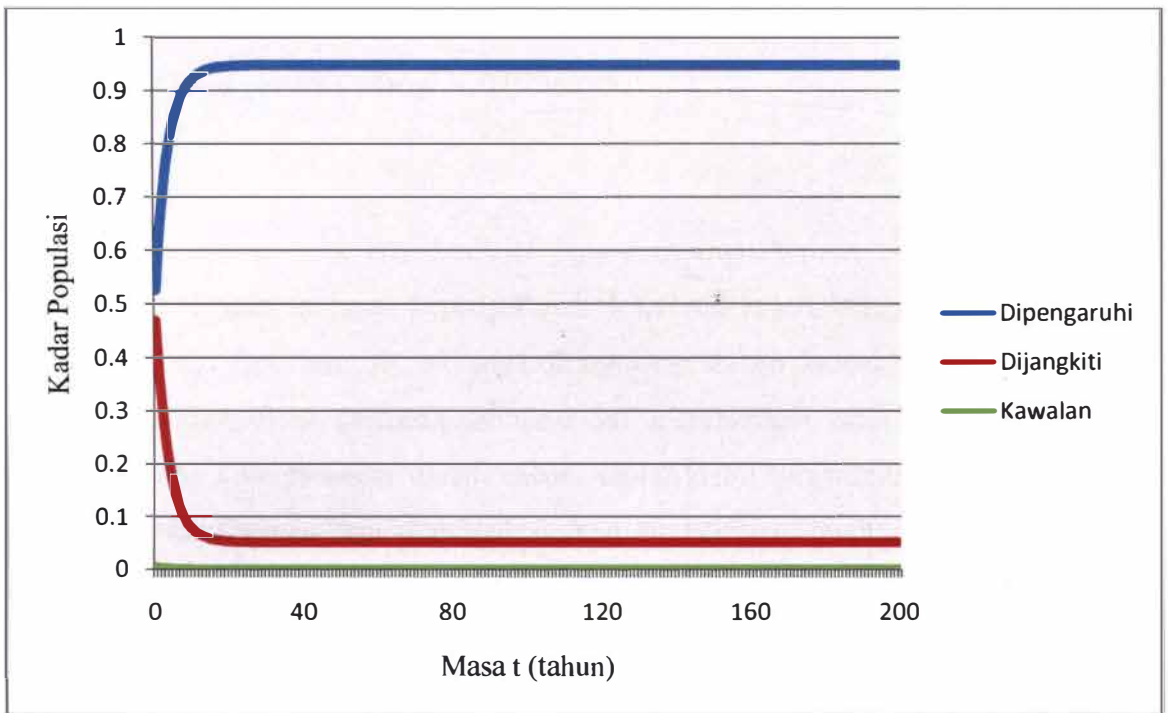
Titik Keseimbangan	Nilai
s^*	0.909380192
e^*	0.090529667
c^*	0.000090141

Jadual 4.3: Nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.14)

Nilai Eigen	Nilai
λ_1	-0.2332314879
λ_2	-0.2536097125

Bagi kes simulasi yang kedua, nilai kadar peralihan, β akan dikurangkan kepada separuh nilainya daripada kes simulasi yang pertama iaitu $\beta = 0.0103027$. Anggapan ini adalah untuk menganggap suatu keadaan di mana institusi kesihatan telah mengambil langkah kebersihan dan mengadakan program pendidikan kesihatan kepada masyarakat awam. Nilai γ yang akan digunakan adalah sama dengan kes simulasi yang pertama.

Rajah 4.2 menunjukkan bahawa penyelesaian $s(t)$, $e(t)$ dan $c(t)$ menumpu kepada titik keseimbangan. Dalam Jadual 4.4 dan 4.5, titik keseimbangan (s^*, e^*, c^*) dan nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ telah ditunjukkan. Nilai Eigen yang didapati melalui simulasi berangka ini menunjukkan nilai negatif maka hal ini bermaksud titik keseimbangan dalam kes ini adalah stabil berasimptot. Dalam kes simulasi ini, nilai titik keseimbangan bagi subpopulasi yang dijangkiti, e^* telah diturunkan sebanyak 42.39% dengan dibandingkan dengan kes simulasi yang pertama. Kesimpulannya, langkah kebersihan telah memberi kesan yang baik disebabkan populasi yang dijangkiti telah menurun dalam kes simulasi ini.



Rajah 4.2: Dinamik bagi tiga subpopulasi semasa $\beta = 0.0103027$ dan $\gamma = 0.000232$

Jadual 4.4: Titik keseimbangan semasa $\beta = 0.0103027$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.14)

Titik Keseimbangan	Nilai
s^*	0.947793098
e^*	0.052154971
c^*	0.000051931

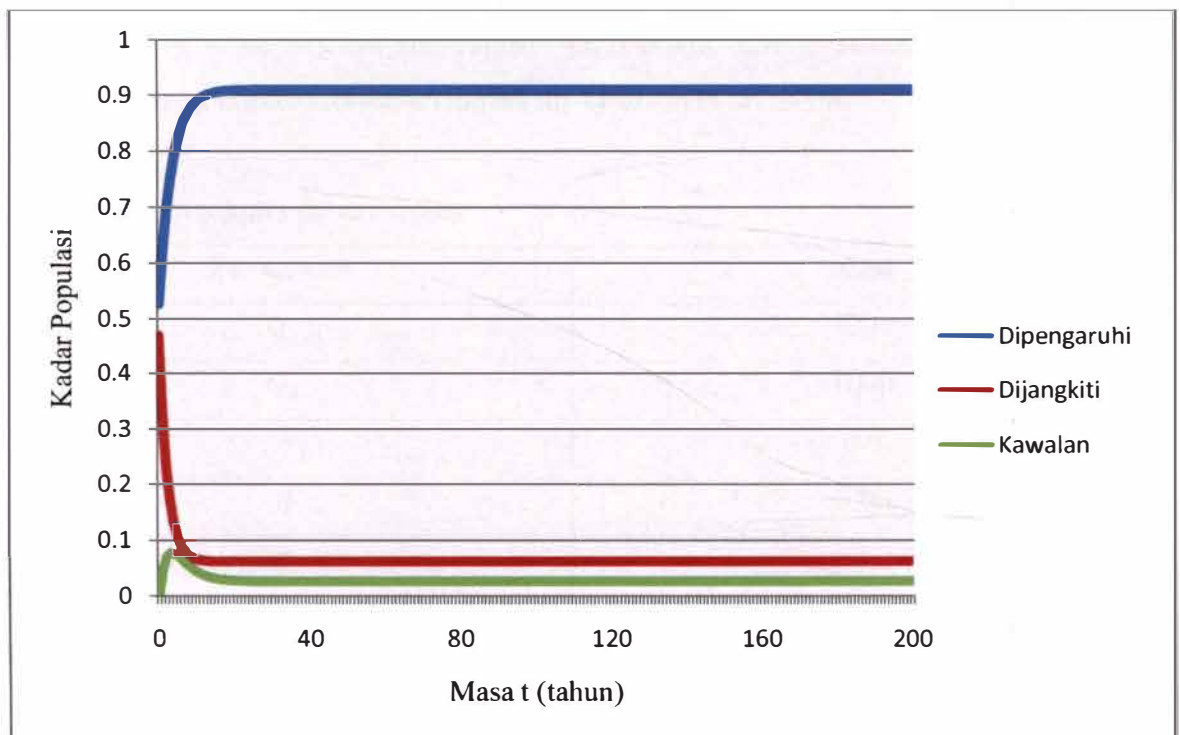
Jadual 4.5: Nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ semasa $\beta = 0.0103027$ dan $\gamma = 0.000232$ bagi sistem persamaan (3.14)

Nilai Eigen	Nilai
λ_1	-0.2332316252
λ_2	-0.2433316600

Bagi kes simulasi yang ketiga, satu keadaan di mana institusi kesihatan adalah lebih mementingkan kawalan terhadap keadaan pesakit yang dijangkiti dengan memperincikan kajian terhadap penyakit Toxoplasmosis serta memberi rawatan yang sesuai kepada mereka. Jadi, nilai kadar kawalan penyakit telah ditingkatkan kepada

$\gamma = 0.1$ dalam kes simulasi ini manakala nilai kadar peralihan, β adalah sama dengan kes simulasi yang pertama iaitu $\beta = 0.0206055$.

Penyelesaian $s(t)$, $e(t)$ dan $c(t)$ yang menumpu kepada titik keseimbangan dapat dilihat dengan merujuk kepada Rajah 4.3. Titik keseimbangan (s^* , e^* , c^*) dan nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ juga ditunjukkan dalam Jadual 4.6 dan 4.7. Nilai Eigen yang diperolehi daripada simulasi ini memberikan nilai negatif. Hal ini bermaksud titik keseimbangan dalam kes ini adalah stabil berasimptot. Di samping itu, nilai titik keseimbangan bagi subpopulasi yang dijangkiti, e^* telah menurun sebanyak 29.96% jika dibandingkan dengan kes simulasi yang pertama. Kesimpulannya, kawalan yang lebih banyak adalah suatu pilihan yang baik untuk mengawal keadaan perubahan penyakit kerana populasi yang dijangkiti telah menurun dalam kes simulasi ini.



Rajah 4.3: Dinamik bagi tiga subpopulasi semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.1$

Jadual 4.6: Titik keseimbangan semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.1$ bagi sistem persamaan (3.14)

Titik Keseimbangan	Nilai
s^*	0.909379698
e^*	0.063406972
c^*	0.02721333

Jadual 4.7: Nilai Eigen bagi Jacobian $J(s^*, e^*)$ semasa $\beta = 0.0206055$ dan $\gamma = 0.1$ bagi sistem persamaan (3.14)

Nilai Eigen	Nilai
λ_1	-0.2536039790
λ_2	-0.3330056346

4.2 Penyakit HIV/AIDS

Dalam kajian penyakit HIV/AIDS, nilai parameter dengan unit yang bersandar kepada masa akan digunakan. Jadual 4.8 berikut menunjukkan nilai-nilai bagi parameter yang digunakan dalam kajian ini. (Naresh et al., 2008)

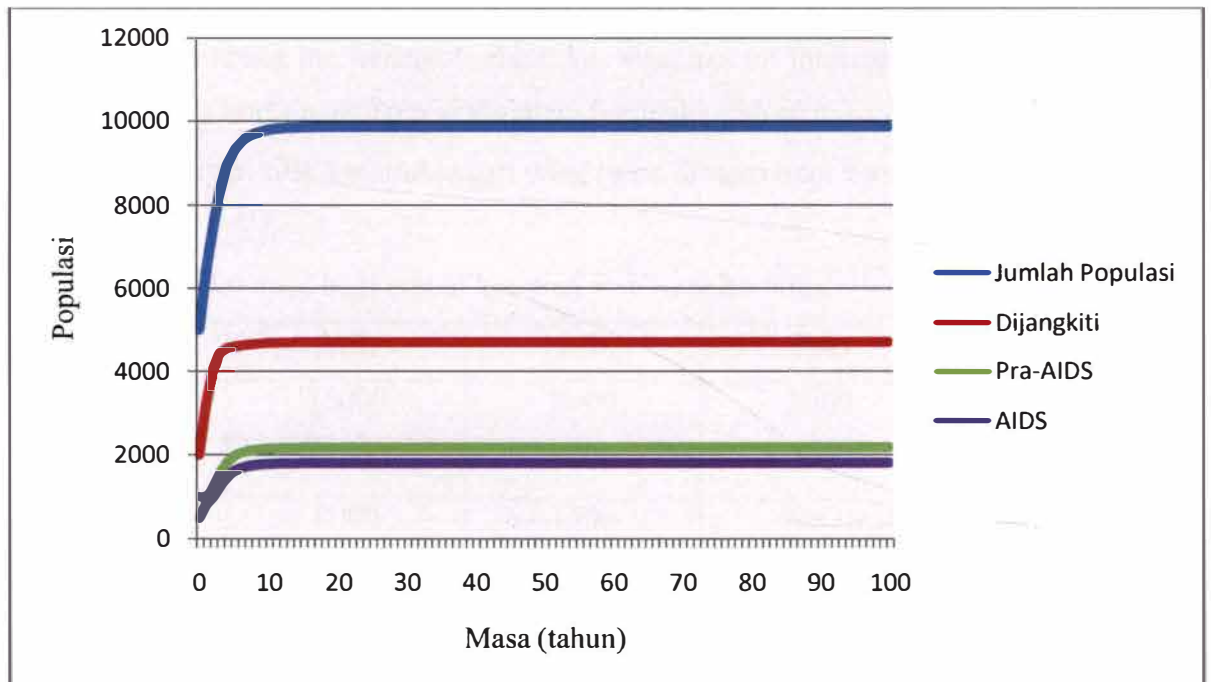
Jadual 4.8: Parameter dalam kajian

Parameter	Nilai
Q_1	1000
Q_2	1000
\mathcal{E}	0.6
d	0.02
α	1
α_1	0.5
β	0.15
β'	0.05
c	10
δ	0.4

Nilai awal yang akan digunakan dalam model ini adalah seperti berikut:

$$N(0) = 5000, \quad I(0) = 2000, \quad P(0) = 1000, \quad A(0) = 500.$$

Rajah 4.4 menunjukkan populasi di dalam semua kelas dengan imigrasi. Dalam kes simulasi ini, isu imigrasi bermaksud bahawa virus jangkitan dapat berhubung dengan individu-individu dalam sebarang subpopulasi dengan tidak disekat faktor-faktor seperti kawalan daripada badan kesihatan. Penyelesaian $N(t)$, $P(t)$, $I(t)$ dan $A(t)$ adalah dalam keadaan keseimbangan seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 4.4. Titik keseimbangan (N^*, I^*, P^*, A^*) dan nilai Eigen bagi Jacobian $J(N^*, I^*, P^*, A^*)$ juga ditunjukkan dalam Jadual 4.9 dan 4.10. Nilai Eigen yang didapati daripada model ini menunjukkan sifat stabil berasimptot dengan merujuk sifat-sifat kestabilan di Jadual 3.1.



Rajah 4.4: Populasi dalam kelas yang berbeza dengan imigrasi

Jadual 4.9: Titik keseimbangan bagi sistem persamaan (3.16)

Titik Keseimbangan	Nilai
N^*	9862.502672465
I^*	4705.603206941
P^*	2171.816864742
A^*	1802.749946551

Jadual 4.10: Nilai Eigen bagi Jacobian $J(N^*, I^*, P^*, A^*)$ bagi sistem persamaan (3.16)

Nilai Eigen	Nilai
λ_1	$-0.6190293369 + 0.2823624574i$
λ_2	$-0.6190293369 - 0.2823624574i$
λ_3	-0.3435641971
λ_4	-1.044340378

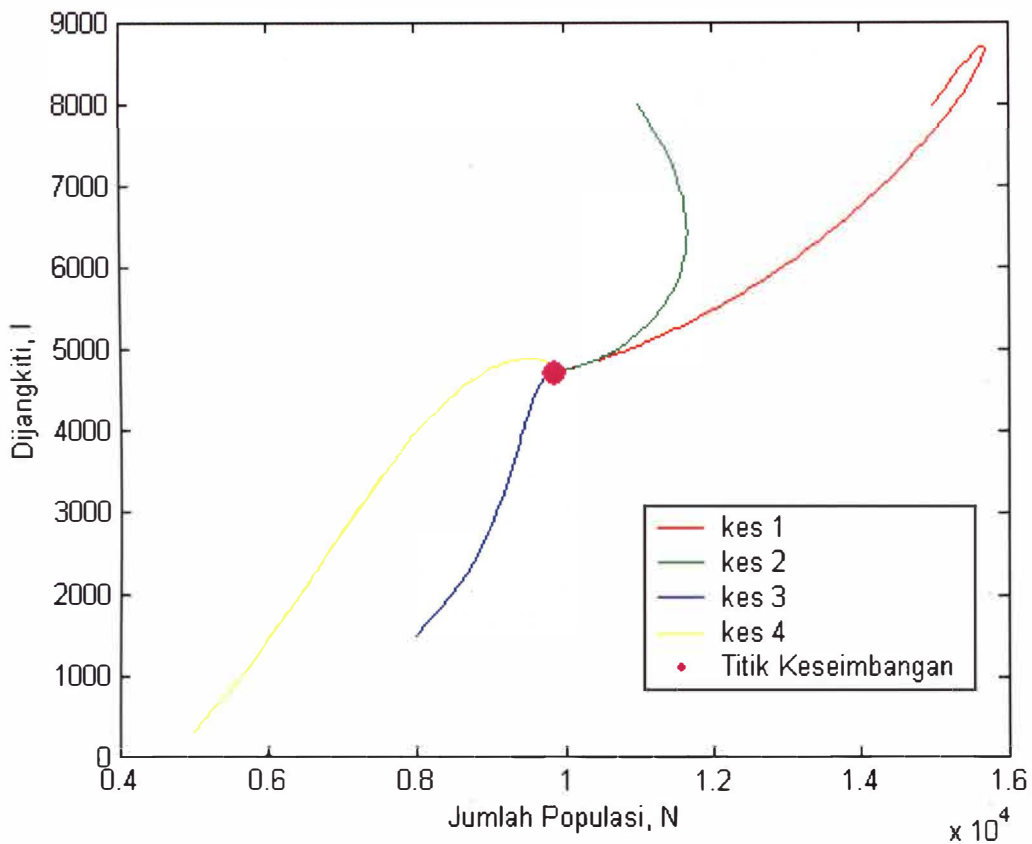
Seterusnya, jadual di bawah akan menunjukkan empat kes simulasi yang berbeza. Di samping itu, keempat-empat kes simulasi ini masing-masing mempunyai nilai awal yang berlainan. Tujuan simulasi berangka dalam bahagian ini adalah untuk menunjukkan nilai titik keseimbangan yang sama dicapai bagi keempat-empat kes ini.

Jadual 4.11: Nilai awal bagi empat kes simulasi yang berbeza

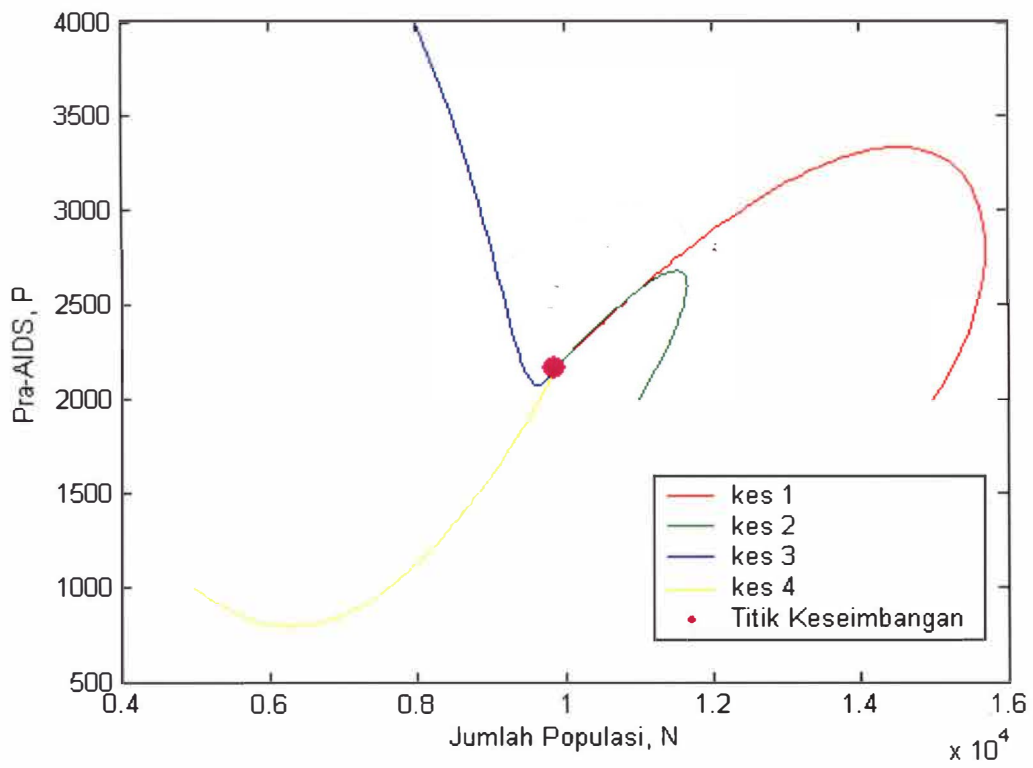
Kes	$N(0)$	$I(0)$	$P(0)$	$A(0)$
1	15000	8000	2000	200
2	11000	8000	2000	500
3	8000	1500	4000	100
4	5000	300	1000	400

Rajah 4.5 menunjukkan pemplotan graf variasi bagi subpopulasi yang dijangkiti terhadap jumlah populasi dengan menggunakan nilai awal dalam keempat-empat kes simulasi yang dinyatakan dalam Jadual 4.10. Manakala, Rajah 4.6 pula menunjukkan pemplotan graf variasi bagi subpopulasi pra-AIDS terhadap jumlah populasi. Kedua-dua rajah ini menunjukkan bahawa penggunaan nilai awal yang

berbeza dalam keempat-empat kes simulasi ini dapat memberi titik keseimbangan yang sama dalam lengkungan penyelesaian. Maka, kesimpulannya, sistem persamaan (3.16) dapat mencapai kestabilan sejagat dengan melihat kepada titik keseimbangan endemik yang ditunjukkan di atas. Selain itu, keadaan kestabilan sejagat didapati adalah memuaskan dengan menggunakan nilai-nilai parameter seperti yang dinyatakan dalam Jadual 4.8 dalam kajian simulasi berangka ini.



Rajah 4.5: Variasi bagi subpopulasi yang dijangkiti bertentangan dengan jumlah populasi



Rajah 4.6: Variasi bagi subpopulasi pra-AIDS bertentangan dengan jumlah populasi

Bab 5

KESIMPULAN DAN CADANGAN

Kajian ini telah menggunakan dua model matematik untuk memodel epidemiologi penyakit Toxoplasmosis dan penyakit HIV/AIDS bagi tujuan memahami penyebaran bagi kedua-dua jenis penyakit berikut. Kedua-dua model penyakit ini dibina berdasarkan anggapan-anggapan yang telah dibuat dan berdasarkan suatu model epidemik yang dikenali sebagai model SIR. Kaedah Euler telah digunakan dalam kajian ini untuk menyelesaikan kedua-dua model ini. Di samping itu, nilai Eigen yang diperolehi melalui penyelesaian matrik Jacobian juga telah digunakan untuk mengetahui sama ada model ini berada dalam keadaan kestabilan atau sebaliknya.

Bagi model Toxoplasmosis, tiga kes simulasi telah dijalankan dengan menggunakan nilai yang berbeza bagi dua jenis parameter iaitu kadar peralihan, β dan kadar kawalan, γ . Pengubahsuaian kedua-dua jenis parameter ini dapat membantu kita untuk mengetahui simulasi bagi keadaan sebenar supaya penyakit ini dapat ditangani sepenuhnya oleh manusia. Kesimpulannya, ketiga-tiga kes simulasi ini menunjukkan keadaan stabil melalui simulasi berangka.

Model matematik bagi penyakit HIV/AIDS juga diselesaikan berdasarkan lima kes simulasi yang berbeza dalam kajian ini. Kes simulasi yang pertama bagi model ini adalah untuk menunjukkan bahawa subpopulasi dalam model ini berada dalam

keadaan keseimbangan dengan isu imigrasi. Empat kes simulasi dengan nilai awal yang berbeza juga telah disimulasikan dengan menggunakan aturcara komputer secara berangka untuk menunjukkan bahawa keadaan kestabilan sejagat dapat dicapai walaupun menggunakan beberapa nilai awal iaitu N_0, I_0, P_0 dan A_0 yang berbeza.

Kesan parameter-parameter tertentu ke atas penyebaran penyakit juga telah diperhatikan dalam kajian ini. Sebagai contohnya, kesan dua jenis parameter ke atas model Toxoplasmosis iaitu kadar peralihan, β dan kadar kawalan, γ telah disimulasikan secara berangka. Keadaan penyebaran penyakit yang mungkin akan berlaku dalam keadaan sebenar dapat digambarkan dengan mengubahsuaikan nilai parameter-parameter tersebut.

Selain itu, kaedah Runge-Kutta merupakan salah satu daripada kaedah berangka yang boleh digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai awal bagi persamaan pembezaan biasa. Ini adalah sebagai suatu cadangan yang boleh dipertimbangkan untuk menyelesaikan model penyakit epidemik dalam kajian yang akan datang. Model SIR juga dicadangkan boleh diaplikasi untuk memodel penyakit selesema burung, penyakit demam denggi dan sebagainya.

RUJUKAN

- Aranda, D.F., Villanueva, R.J., Arenas, A.J. & Gonzalez-Parra, G.C. 2008. Mathematical modelling of Toxoplasmosis disease in varying size of populations. *Journal Computer&Mathematics with Applications* 56: 690-696.
- Burden, R.L. & Faires, J.D. 2005. Initial-value problems for ordinary differential equations. Dlm. Burden, R.L. & Faires, J.D. *Numerical analysis*. Ed. Ke-8. United States of America: Bob Pirtle. hlm. 256-263.
- Derouich, M., Boutayeb, A. & Twizell, E.H. 2003. A model of dengue fever. *BioMedical Engineering Online* 2: 4 <http://www.biomedical-engineering-online.com/content/2/1/4>
- Iwami, S., Takeuchi, Y., Korobeinikov, A. & Liu, X. 2008. Prevention of avian influenza epidemic: what policy should we choose? *Journal of Theoretical Biology* 252: 732-741.
- Meade, D.B. & Milner, F.A. 1992. SIR epidemic model with directed diffusion. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=2A87F7EB6A152DC057C377CAA1E41DE1?doi=10.1.1.55.7024&rep=rep1&type=pdf>
- Naresh, R., Tripathi, A. & Sharma, D. 2008. Modelling and analysis of the spread of AIDS epidemic with immigration of HIV infectives. *Mathematical and Computer Modelling* 49(2009): 880-892.
- Piqueira, J.R.C., Navarro, B.F. & Monteiro, L.H.A. 2005. Epidemiological models applied to viruses in computer networks. *Journal of Computer Science*. 1(1): 31-34.
- Roeger, L.W. & Barnard, R. W. 2006. Preservation of local dynamics when applying central difference methods: application to SIR model. *Journal of Difference Equations and Applications* 4: 333-340.
- Saperstone, S. H. 1998. Nonlinear two-dimensional systems of ODEs. Dlm. Saperstone, S. H. *Introduction to ordinary differential equations*. United States of America: Brooks/Cole Publishing Company. hlm. 562-572.
- Schneckenreither, G., Popper, N., Zauner, G. & Breitenecker, F. 2008. Modelling SIR-type epidemics by ODEs, PDEs, difference equations and cellular automata – a comparative study. *Simulation Modelling Practice and Theory*.

- Umar Mallam Abdulkarim. 2007. Review of SIR epidemic model with application to transmission dynamics of HIV/AIDS in a proportional mixing population. *Research Journal of Applied Sciences* 2(5): 595-599.
- Upadhyay, R. K., Kumari, N. & Rao, V. S. H. 2007. Modelling the spread of bird flu and predicting outbreak diversity. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 9: 1638-1648.

BIODATA PENULIS

Nama : Lim Kah Boon
Alamat Tetap : 218-E, Jalan Kenangan 2/10,
Kampung Lapan, 75200, Melaka.
Nombor Telefon : 016-5287967
Email : ashlylim86@yahoo.com
Tarikh Lahir : 22 Disember 1986
Tempat Lahir : Melaka
Kewarganegaraan : Malaysia
Bangsa : Cina
Jantina : Perempuan
Agama : Buddha
Pendidikan : Universiti Malaysia Terengganu (2006 – sekarang)
SMK Gajah Berang (2004 – 2005)
SMK Notre Dame (1999 – 2003)
SJK (C) Notre Dame (1993 – 1998)
Anugerah : Senarai Kepujian Dekan bagi Semester Julai 2006 - 2007,
Semester Disember 2006 - 2007, Semester Julai 2007-2008,
Semester Disember 2007-2008 dan Semester Julai 2008-2009.

KAJIAN EPIDEMIOLOGI PENYAKIT TOXOPLASMOSIS DAN PENYAKIT AIDS MELALUI PEMODELAN SIR
- LIM KAH BOON